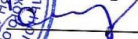


Муниципальное бюджетное учреждение дополнительного образования
«Центр детского творчества «Мастер плюс» городского округа Самара
(МБУ ДО «ЦДТ «Мастер плюс» г.о.Самара)



УТВЕРЖДАЮ

Директор МБУ ДО «ЦДТ «Мастер плюс»
Самара

 М.В.Сокур

«08» апреля 2025 г.

Программа принята на основании решения
Методического совета
Протокол № 1.1 от «08» апреля 2025 г.

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Матрица»

Направленность: естественнонаучная

Возраст обучающихся: 14-18 лет

Срок реализации программы: 1 год

Разработчик:

Балакорова Лариса Викторовна,
педагог дополнительного образования,

Самара, 2025 г.

Муниципальное бюджетное учреждение дополнительного образования
«Центр детского творчества «Мастер плюс» городского округа Самара
(МБУ ДО «ЦДТ «Мастер плюс» г.о.Самара)



УТВЕРЖДАЮ

Директор МБУ ДО «ЦДТ «Мастер плюс»
г.о. Самара

_____ М.В.Сокур

«08» апреля 2025 г.

Программа принята на основании решения
Методического совета
Протокол № 1.1 от «08» апреля 2025 г.

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа *«Матрица»*

Направленность: естественнонаучная

Возраст обучающихся: 14-18 лет

Срок реализации программы: 1 год

Разработчик:

Балакорова Лариса Викторовна,
педагог дополнительного образования,

Самара, 2025 г.

Паспорт программы

Направленность образовательной деятельности	Естественнонаучная
Уровень освоения содержания предметной деятельности	Базовая
Уровень организации педагогической деятельности	Учебно-исследовательская
Форма организации детских формирований	Групповая
Возраст обучения детей	Среднее (полное) общее образование
Срок реализации программы	1 год
Масштаб реализации	Учрежденческая
По контингенту обучающихся	Общая
По степени творческого подхода	Репродуктивно-творческая
Степень реализации программы	Не реализована
Нормативный часовой объем за год	4 часа в неделю, 144 часа в год.
Количество детей в группе	Не менее 10 чел.

Краткая аннотация

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Матрица» предназначена для обучающихся 14 – 18 лет, проявляющих интерес к математике. В результате обучения дети узнают приемы и методы решения нестандартных математических задач, функциональную терминологию, научатся понимать ее в тексте, в речи учителя, в формулировках различных заданий, узнают геометрические формы, которые являются идеализированными образами реальных объектов, геометрический язык для описания предметов окружающего мира, научатся выполнять более сложные построения с помощью циркуля и линейки, научатся применять полученные знания на практике, правильно выполнять арифметические действия с рациональными числами, составлять и решать пропорции, решать задачи повышенной сложности на дроби и проценты, иметь представление о различных системах счисления, решать линейные уравнения.

1. Пояснительная записка

Программа разработана согласно требованиям следующих нормативных документов:

- Федеральный Закон Российской Федерации от 2.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;
- Концепция развития дополнительного образования детей до 2030 года, утвержденная распоряжением Правительства Российской Федерации от 31.03.2022 № 678-р;
- Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам (утвержден приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 27.07.2022 № 629);
- Стратегия развития воспитания в Российской Федерации на период до 2025 года (утверждена Распоряжением Правительства Российской Федерации от 29.05.2015 № 996-р);
- Устав муниципального бюджетного учреждения дополнительного образования «Центр детского творчества «Мастер плюс» городского округа Самара и другие локальные нормативные акты учреждения;
- Национальный проект «Молодежь и дети» до 30 года.

Математика является основой общечеловеческой культуры. Об этом свидетельствует ее постоянное и обязательное присутствие практически во всех сферах современного мышления, науки и техники. Поэтому приобщение детей к математике как к явлению общечеловеческой культуры существенно повышает ее роль в развитии личности школьника.

Дополнительная образовательная программа «Матрица» рассчитана на школьников в возрасте 14 – 18 лет, склонных к занятиям математикой и желающих повысить свой математический уровень. Именно в этом возрасте формируются математические способности и устойчивый интерес к математике.

Программа «Матрица» является частью интеллектуально-познавательного направления дополнительного образования и расширяет содержание программ общего образования по математике.

Данная программа позволяет ознакомиться со многими вопросами математики на данном этапе обучения, выходящими за рамки школьной программы, расширить целостное представление о проблеме данной науки. Решение математических задач, связанных с логическим мышлением закрепит интерес детей к познавательной деятельности, будет способствовать развитию мыслительных операций и общему интеллектуальному развитию.

Не менее важным фактором реализации данной программы является и стремление развить у обучающихся умения самостоятельно работать, думать, решать творческие задачи, а также совершенствовать навыки аргументации собственной позиции по определенному

вопросу. Содержание программы соответствует познавательным возможностям школьников, и представляет им возможность работать на уровне повышенных требований, развивая учебную мотивацию.

Отличительной особенностью данной общеразвивающей программы является то, что программа «Матрица» предусматривает развитие самостоятельности в выборе решений, программа содержит материал, на основе которого формируется способность школьников применять знания на практике для решения различных задач. Новизной этой программы является то, что она расширяет, углубляет знания школьников по математике, включает в себя большое количество нестандартных задач, для решения, которые необходимо проявлять различные способности и нестандартные подходы. Эти задачи, интересные сами по себе, служат материалом для описания ряда общематематических идей решения задач. Для решения некоторых из них достаточно смекалки, логики и пространственного воображения. Другие задачи требуют опыта, интуиции и наблюдательности. Чтобы решить наиболее трудные задачи потребуются умение организовать работу над задачей. А также в ее четкой логической структуре, гармоничном сочетании строгих математических фактов и занимательности.

Программа по предмету математики содержит в основном традиционные темы занимательной математики: арифметику, логику, геометрию, комбинаторику и т.д. Включает в себя всевозможные разнообразные нестандартные виды математических заданий, направленных на развитие математических способностей, логического нестандартного мышления, творческого подхода к решению учебных задач. Дает возможность обучающимся работать, как под руководством педагога, так и проявить свои способности на занятиях и при самостоятельной работе дома с родителями.

Характерные черты и особенности программы:

- тематические блоки программы расположены по определенной системе: от более простых к более сложным; каждый блок имеет свою логическую структуру.
- предложенный вариативный учебный план позволяет учитывать различную степень подготовки обучающихся, их индивидуальные способности.
- содержание программы углубляет и дополняет имеющиеся школьные программы обучения; позволяет максимально разнообразить творческую и исследовательскую деятельность ребят.

Формы организации и методы проведения занятий обеспечивают формирование навыков работы в коллективе, интерес к предмету, к творческой деятельности, в результате чего не наступает переутомление детей, ребенок избавляется от ненужных переживаний из-за неудач.

Учреждения дополнительного образования входят в число образовательных организаций, через деятельность которых реализуется концепция развития Самарской области до 2030г. по приоритетным отраслевым кластерам, среди которых производство автомобилей и автокомпонентов, авиакосмическое машиностроение, водное сообщение.

Исходя из этого определяются цели и задачи общеобразовательных, общеразвивающих программ различных направлений Центра.

Цель программы:

Создание условий для вовлечения обучающихся в научно – исследовательскую деятельность, связанную с наблюдением, моделированием и интеграцией с различными областями знаний в области нанотехнологий и метаматериалов.

Задачи программы:

Обучающие:

- познакомить обучающихся с историей и современными направлениями развития математики на основе изучения дополнительного материала (исторические сведения, задачи повышенной сложности);

- учить детей работать с дополнительной информацией (в т.ч. интернет-источники) при подготовке докладов, рефератов, сообщений;

- обучить различным приемам и математическим методам при решении нестандартных задач и задач с практическим содержанием.

Воспитательные:

- сформировать навыки коллективного труда, воспитывать такие качества как взаимовыручка и взаимоподдержка;

- воспитать у обучающихся настойчивость, критичность мышления, умение высказывать гипотезы и отстаивать мнение

Развивающие:

- привлекать обучающихся к участию в математических мероприятиях (декадах, олимпиадах, играх, конференциях и т.д.);

- сформировать у обучающихся общекультурных компетенций, осознанности применения знаний, осознание математики как части общемировой культуры

Реализация программы направлена на:

- Освоение содержания образовательной программы обучающимися – программа направлена на значительное качественное изменение их знаний, умений, навыков.

- Устойчивость интереса обучающихся – для поддержки и повышения устойчивого интереса обучающихся к выбранному направлению деятельности, стимулирования их творческой активности.

- Творческие достижения обучающихся – программа реализуется в целях достижения ими высоких результатов в мероприятиях различного уровня (учрежденческого, районного, городского, областного).

Обучающиеся должны знать:

- приемы и методы решения нестандартных математических задач;
- функциональную терминологию, понимать ее в тексте, в речи учителя, в формулировках различных заданий;

- геометрические формы, которые являются идеализированными образами реальных объектов;

- геометрический язык для описания предметов окружающего мира, выполнять более сложные построения с помощью циркуля и линейки

Обучающиеся должны уметь:

- применять полученные знания на практике;
- правильно выполнять арифметические действия с рациональными числами, составлять и решать пропорции, решать задачи повышенной сложности на дроби и проценты, иметь представление о различных системах счисления;

- решать линейные уравнения

Обучающиеся должны владеть:

- навыками обработки полученной информации и оформления ее в виде сообщения, реферата или компьютерной презентации;

- навыками экспериментального проведения химического анализа

Образовательная программа «Матрица» рассчитана на обучение в течение 1 года.

В творческое объединение принимаются ребята, интересующиеся математикой. Занятия проводятся с 1 сентября по 31 мая включительно. Количество часов занятий в году с обучающимися первого года обучения – 144, по 4 часа в неделю. Учебный процесс предусматривает формирование разновозрастных групп.

При организации занятий, педагог использует элементы дифференцированного подхода. После проведения собеседования с обучающимися, опираясь на свой педагогический опыт, педагог может выделить менее или более способных детей. Все дети на занятии работают вместе. По ходу занятия они могут получать разные по сложности задания.

Педагог использует следующие виды дифференциации:

- дифференциация заданий по объему материала;
- дифференциация по самостоятельности;
- дифференциация по поведенческой реакции;

Дифференцированный подход в обучении позволяет добиться повышения качества знаний обучающихся, уровня их умений и навыков, исключается уравниловка детей.

Определенную помощь оказывает семейный праздник «День открытых дверей», когда проводятся демонстрационные игры с привлечением нынешних и будущих обучающихся ЦДТ.

Большая часть занятий проводится в учебном кабинете, но часть календарно - тематического плана отводится на внеучебную и воспитательную работу. Воспитательный компонент является важной составляющей частью образовательного процесса, в который заложены базовые ценности, способствующие всестороннему развитию личности обучающихся и их успешной социализации в современных условиях. Основные направления воспитательной работы с обучающимися включают в себя следующие компоненты воспитания: гражданское, патриотическое, духовно-нравственное, эстетическое, трудовое, физическое, экологическое и познавательное.

При планировании воспитательных мероприятий необходимо предусматривать, как отмечать индивидуальные заслуги ребенка и коллективные достижения группы, учитывать помощь старших детей младшим, что развивает навыки заботы о других и лидерские качества.

Интересные для личностного развития ребенка совместные мероприятия позволяют вовлекать в них детей с разными потребностями, дают им возможность для самореализации, устанавливают и укрепляют доверительные отношения.

В дни школьных каникул работа в объединении проводится по обычному расписанию и включает в себя экскурсии, посещение музеев, знакомство с историей старой Самары, пешие экскурсии по городу, посещение выставок.

Кроме работы с детьми, педагог, реализующий данную программу, уделяет особое внимание работе с родителями, чья помощь очень ценна. Педагог изучает воспитательные возможности семьи, социального окружения обучающегося для дальнейшего построения взаимодействия и сотрудничества, изучает психологическую комфортность условий образовательного процесса для оптимального достижения образовательных результатов.

Работа педагога с родителями (законными представителями) осуществляется, в основном, в форме родительских собраний и индивидуальных собеседований. В рамках собеседований педагог и родители проводят совместный анализ физического и нравственного состояния учащегося. По итогам собеседования принимается совместное решение о том, что будет делать педагог, а что будут делать родители для того, чтобы их ребенок мог успешно развиваться и добиваться более высоких результатов. Помимо этого, родители могут принимать участие и помогать в организации совместных мероприятий, посещений выставок и концертов. Задача педагога – пробудить в родителях интерес к любимому делу своего ребенка и постоянно его укреплять.

Родители могут принимать участие и помогать в организации совместных мероприятий, посещений выставок и концертов. Задача педагога – пробудить в родителях интерес к любимому делу своего ребенка и постоянно его укреплять.

В основу программы заложен коммуникативный подход к изучению детьми английского языка, который учитывает результаты овладения детьми родного языка, где доказано, что имитация не является основным механизмом овладения языком в детском возрасте, и подтверждено стремление ребенка организовать свой язык, найти в нем закономерности, правила и действовать в соответствии с этими правилами.

Для успешной реализации программы учебный материал построен на следующих положениях:

Приоритет развития личности обучающихся (коммуникативного, когнитивного, социокультурного, эмоционального), осуществляемого в процессе овладения детьми языком как средством общения на межкультурном уровне.

Коммуникативный подход к обучению и изучению языка, основная функция которого состоит в создании условий коммуникации: мотивов, целей и задач общения;

Осознанное овладение детьми новым языком, в процессе которого происходит их когнитивное развитие, поскольку предполагает познание и осознание обучающимися языковых средств в их системе и коммуникативных функций.

Изучение/обучение языку в контексте диалога культур, что обеспечивает социокультурное и когнитивное развитие личности младшего школьника.

Содержательная оценка обучающихся по программе должно включать в себя 4 компонента:

- доброжелательное отношение к обучающемуся как личности;
- положительное отношение к усилиям ребенка, направленным на решение задачи (даже если эти усилия не дали положительного результата);
- конкретный анализ трудностей, вставших перед детьми, и допущенных им ошибок;
- конкретные указания на то, как можно улучшить достигнутый результат.

Оценка должна включать в себя все эти компоненты, даже если результат работы обучающегося отрицательный.

При реализации данной программы предполагается дистанционное обучение. Это способ организации процесса обучения на расстоянии, отражающий все присущие учебному процессу компоненты – цели, содержание, средства обучения, методы, организационные формы.

Организация дистанционного обучения осуществляется через образовательную платформу Сферум, которая является закрытым безопасным пространством для учебы и общения педагогов, обучающихся и их родителей (законных представителей)

Дистанционное обучение может использоваться при длительной болезни обучающего, совпадении занятий в школе и Центре, дальнем проживании.

Основные положительные моменты дистанционного обучения:

- расширение общего охвата детей;
- осуществление обучения в индивидуальном темпе;
- доступность и независимость от географического и временного положения обучающихся и Центра;
- комфортные условия для творческого самовыражения обучаемых.

В целях создания дополнительных условий для эффективного развития обучающихся в общеразвивающей программе присутствуют элементы наставничества, которые предполагают регулярное взаимодействие педагога и ребенка в процессе обучения, воспитания и личностного

развития. Ведь именно в младшем и подростковом возрасте у детей велика потребность взаимоотношения со взрослыми. Для результативной работы по данной программе, используются технологии и методики работы, которые позволяют раскрывать личностные внутренние и скрытые ресурсы через ситуации успеха. Необходимо постоянно помогать ребятам в познании себя, самопонимании, развитии способности ставить перед собой цели и задачи и добиваться успеха. А главное управлять собой, своими желаниями и поведением в социуме.

Независимо от того, какой вид наставничества выбран, оно должно быть в форме содружества и сотворчества старших (наставников) и младших (подопечных). Наставничество служит для накопления и передачи опыта, приучает к уважению старших, способствует созданию условий для преемственности поколений.

Критерии оценки достижения планируемых результатов

Оценка достижения планируемых результатов освоения программы осуществляется по трем уровням: высокий (от 80 до 100% освоения программного материала), средний (от 51 до 79% освоения программного материала), низкий (менее 50% освоения программного материала).

Уровни освоения	Результат
Высокий уровень освоения программы	Обучающиеся демонстрируют высокую заинтересованность в учебной, познавательной и творческой деятельности, составляющей содержание программы. На итоговом тестировании показывают отличное знание теоретического материала, практическое применение знаний воплощается в качественный продукт...
Средний уровень освоения программы	Обучающиеся демонстрируют достаточную заинтересованность в учебной, познавательной и творческой деятельности, составляющей содержание программы. На итоговом тестировании показывают хорошее знание теоретического материала, практическое применение знаний воплощается в продукт, требующий незначительной доработки.
Низкий уровень освоения программы	Обучающиеся демонстрируют низкий уровень заинтересованности в учебной, познавательной и творческой деятельности, составляющей содержание программы. На итоговом тестировании показывают недостаточное знание теоретического материала, практическая работа не соответствует требованиям.

Формы подведения итогов

Для подведения итогов в программе используются продуктивные формы: олимпиады, конкурсы; документальные формы подведения итогов реализации программы отражают достижения каждого обучающегося, к ним относятся: дневники достижений обучающихся, портфолио обучающихся и т.д.

2. Учебный план

Форма организации образовательного процесса первого года обучения является модульной. Содержание учебного материала состоит из 3 модулей: «Математика для всех», «Мир вероятности и комбинаторики», «По дорогам геометрии» Каждый из модулей имеет свою

специфику и направлен на решение своих собственных целей и задач. Обучение рассчитано на полную реализацию в течение одного года. Модуль разработан с учётом личностно – ориентированного подхода и составлен так, чтобы каждый ребенок имел возможность свободно выбрать конкретный объект работы, наиболее интересный и приемлемый для него.

№ п/п	Наименование модуля	Количество часов		
		теория	практика	всего
1.	Математика для всех	6	58	64
2.	Мир вероятности и комбинаторики	4	60	64
3.	По дорогам геометрии	4	12	16
Итого:		14	130	144

3. Содержание программы

1. Модуль «Математика для всех»

Цель модуля:

Создать условия для развития творческого математического мышления и творческой активности обучающихся

Задачи модуля:

- развить познавательные интересы и интеллектуальные способности в процессе решения задач;
- поддержать любознательность ребят;
- вызвать интерес учащихся к предмету;
- способствовать развитию математического кругозора

Форма контроля:

- подготовленный и продемонстрированный опыт по заданной тематике

Учебно-тематический план модуля «Математика для всех»

№ п/п	Наименование тем	Количество часов		
		всего	теория	практика
1.	Вводное занятие. Техника безопасности. История развития математики (просмотр презентации). Решение олимпиадных задач	2	2	-
2.	Наследие Архимеда. Решение олимпиадных задач.	2	-	2
3.	Математические софизмы.	2	-	2
4.	Логика в математике. Классическая логика	2	1	1
5.	Решение олимпиадных задач.	2	-	2
6.	Фигурные числа.	2	-	2
7.	Математические софизмы. Великие математики	2	-	2
8.	Любопытные свойства чисел.	2	-	2
9.	Задачи –шутки, задачи-загадки.	2	-	2
10.	Задачи на переливание и взвешивание.	2	-	2
11.	Задачи на движение протяженных тел.	2	-	2
12.	Решение олимпиадных задач «Кенгуру».	2	-	2
13.	Проценты в математике. Понятие процента. Решение задач на проценты.	2	1	1
14.	Решение практико-ориентированных задач (задачи ОГЭ)	2	-	2
15.	Задачи на понижение концентрации.	2	-	2
16.	Задачи на высушивание.	2	-	2
17.	Проценты в бизнесе, экономике и в банковском	2	-	2

	деле.			
18.	Решение задач на «смеси», «сплавы» и «концентрацию»	2	-	2
19.	Задачи на среднюю скорость движения. Движение по реке.	2	-	2
20.	Числа-великаны и числа-малютки.	2	1	1
21.	Недесятичные системы счисления.	2	-	2
22.	Запись цифр и чисел других народов.	2	-	2
23.	Некоторые особые случаи счета.	2	-	2
24.	Равномерное и равноускоренное движение по прямой в одном направлении и навстречу друг другу	2	-	2
25.	Графический способ решения задач на движение. Исторический очерк о Р. Декарт	2	-	2
26.	Задачи на совместную работу	2	-	2
27.	Задачи на части	2	-	2
28.	Задачи на разбавление	2	-	2
29.	Задачи на движение по окружности	2	-	2
30.	Развитие понятия уравнения. Исторический очерк.	2	1	1
31.	Решение занимательных задач	2	-	2
32.	Заключительное занятие. Математический калейдоскоп	2	-	2
Итого:		64	6	58

Содержание программы первого модуля

Тема занятия №1. Вводное занятие. Техника безопасности. История развития математики (просмотр презентации). Решение олимпиадных задач

Теория: Знакомство обучающихся с программой модуля. Правила обучающихся в образовательном учреждении. Изучение инструкций по технике безопасности и пожарной безопасности.

Тема занятия № 2. Наследие Архимеда. Решение олимпиадных задач.

Практика: Наследие Архимеда включает математические достижения, физические и механические открытия, а также изобретения. Учёный был древнегреческим математиком, физиком и инженером.

Математические достижения

- Развитие метода исчерпывания. Этот метод стал предшественником интегрального исчисления. С его помощью Архимед вычислил площадь круга, объём шара и другие сложные геометрические фигуры.
- Приближённое вычисление числа π . Учёный использовал метод вписанных и описанных многоугольников, чтобы доказать, что π находится между $3 \frac{1}{7}$ и $3 \frac{10}{71}$.
- Исследование свойств спирали Архимеда. Учёный подробно описал её математические свойства и нашёл эффективные способы вычисления площадей, связанных с этой кривой.

Физические и механические открытия

- Закон Архимеда. Тело, погружённое в жидкость, теряет в своём весе столько, сколько весит вытесненная им жидкость.
- Закон рычага. Архимед доказал, что с помощью рычага можно эффективно поднимать тяжёлые грузы с минимальными усилиями.

- Определение понятия центра тяжести тела. Учёный нашёл положение центра тяжести различных фигур и тел.
- Изобретения
- Архимедов винт. Водоподъёмный механизм, который стал прообразом корабельных и воздушных винтов.
- Системы блоков и полиспастов. Позволяли увеличить механическую силу и облегчить выполнение сложных задач.
- Планетарий. Механическое устройство, которое моделировало движение планет и звёзд.

Влияние на науку

Работы Архимеда стали основой для дальнейшего развития математики, физики и инженерии. Его идеи повлияли на таких учёных, как Галилей, Ньютон и Эйнштейн.

Тема занятия №3. Математические софизмы.

Практика: Выделяют несколько типов математических софизмов:

Арифметические — числовые выражения с ошибкой, незаметной с первого взгляда.

Алгебраические — намеренно скрытые ошибки в уравнениях и числовых выражениях.

Геометрические — умозаключения или рассуждения, обосновывающие заведомую нелепость, абсурд или парадоксальное утверждение, связанное с геометрическими фигурами и действиями над ними.

Логические — софизмы, ошибки которых заключаются в неправильных рассуждениях.

Решаем задачи.

Тема занятия № 4. Логика в математике. Классическая логика.

Теория: Логика в математике — формальная система, в которой используются символы и последовательности символов, а правила математики позволяют дать точное и удобное определение математического суждения.

Классическая логика — термин, который используется в математической логике по отношению к той или иной логической системе. Он указывает на то, что для этой логики справедливы все законы исчисления высказываний, в том числе закон исключения третьего.

Некоторые особенности классической логики:

- Принцип двужначности. Каждое высказывание принимает точно одно из двух значений — «истина» или «ложь». Этот принцип равносителен принципу исключения третьего.
- Принцип экзистенциальности. Значение сложного выражения полностью определяется значениями составляющих его выражений.
- Принцип допустимости интерпретации. Он относится к классической логике предикатов и состоит в требовании непустоты области интерпретации и принятии терминами значений из области интерпретации.

В классической математической логике выделяют три основных подраздела:

1. Логика высказываний. Предметом являются предложения (или фразы), взятые целиком без учёта их длины, состава и структуры и утверждающие или отрицающие какой-либо факт, явление или событие.
2. Логика предикатов. Предметом являются предложения произвольной длины, но утверждающие или отрицающие какой-либо отдельный (частный) факт или всеобщее явление в зависимости от значений элементов, формирующих состав и структуру предложения.
3. Реляционная логика. Предметом являются множества однородных предложений, имеющих одинаковую длину, одинаковые имена элементов, формирующих одинаковый состав и структуру предложений, объединяемых в таблицы (отношения), но каждое из них утверждает какой-то отдельный факт и соответствующие ему значения имён элементов.

Практика: Решаем задачи на заданную тему.

Тема занятия № 5. Решение олимпиадных задач.

Практика: Решение олимпиадных задач.

Тема занятия № 6. Фигурные числа.

Практика: Фигурные числа — это числа, геометрическое представление которых связано с той или иной геометрической фигурой.

Виды фигурных чисел

Некоторые виды фигурных чисел:

- Линейные (простые) — числа, которые делятся только на единицу и на себя, представимы в виде последовательности точек, выстроенных в линию.
- Плоские — числа, представимые в виде произведения двух сомножителей.
- Телесные — числа, выражаемые произведением трёх сомножителей.
- Многоугольные — числа, связанные с определённым многоугольником.

Решение задач на заданную тему.

Тема занятия № 7. Математические софизмы. Великие математики.

Практика: Математический софизм — это умышленно ложное умозаключение, которое кажется правильным. Софизмы содержат одну или несколько замаскированных ошибок. Часто в них скрыто выполняются запрещённые действия или не учитываются условия применимости теорем, формул и правил.

Некоторые великие математики, связанные с софизмами:

- Евклид — древнегреческий математик, автор «Начал». Он создал сборник «Псевдариий» с разнообразными ошибочными рассуждениями. Евклид был автором первого из известных сборников математических софизмов и парадоксов.
 - Герман Шуберт — немецкий математик. В книге «Математические развлечения и игры» (1897) он рассматривал четыре типа софизмов: деление на ноль, двужначность квадратного корня, ошибки в геометрических построениях и некорректная работа с бесконечностью.
- Н. И. Лобачевский — великий русский математик. Он установил, что утверждение, выражаемое аксиомой о параллельных, при помощи остальных аксиом геометрии доказать нельзя. Это открытие привело к разработке новой неевклидовой геометрии.

Тема занятия № 8. Любопытные свойства чисел.

Практика: Некоторые любопытные свойства чисел:

- Сводимость чисел. Любое натуральное число можно представить в виде произведения простых чисел.
- Закон ассоциативности. Умножение чисел ассоциативно, то есть для любых чисел a , b и c справедливо $a * (b * c) = (a * b) * c$. То же самое справедливо и для сложения.
- Закон коммутативности. Сложение и умножение чисел коммутативны, то есть для любых чисел a и b справедливо $a + b = b + a$ и $a * b = b * a$.
- Закон распределительности. Умножение распределено относительно сложения, то есть для любых чисел a , b и c справедливо $a * (b + c) = a * b + a * c$.
- Существование нейтральных элементов. Для сложения нейтральным элементом является ноль, а для умножения — единица.
- Отсутствие делителей нуля. В обычной арифметике не существует таких чисел, при умножении которых результат был бы равен нулю, кроме самого нуля.
- Число 6174. Если взять любое четырёхзначное число (с хотя бы двумя разными цифрами), расположить его цифры в порядке убывания и возрастания, затем вычесть меньшее из большего и повторять процесс, то результат всегда приведёт к числу 6174.

Решаем задачи.

Тема занятия № 9. Задачи –шутки, задачи-загадки.

Практика: Задачи-шутки — это занимательные игровые задачи с математическим смыслом. Для их решения нужно проявить находчивость, смекалку и понимание юмора.

Некоторые задачи-шутки:

Сидят три кошки, против каждой кошки две кошки, много ль всех? (Три).

Шел один, нашел пять рублей; трое пойдут, много ли найдут? (Пять рублей).

Из какой посуды нельзя ничего съесть? (Из пустой).

У животного 2 правые ноги, 2 левые, 2 ноги спереди, 2 сзади. Сколько у него ног?

В вазе стояло 3 тюльпана и 7 нарциссов. Сколько тюльпанов стояло в вазе? (В вазе было 3 тюльпана).

По морю плыли 9 акул. Они увидели косяк рыб и нырнули в глубину. Сколько плавало акул? (9 акул, только они нырнули).

На столе лежало 4 яблока. Одно из них разрезали пополам и положили на стол. Сколько яблок на столе? (4 яблока).

7 мальчиков расчистили по 1 дорожке в саду. Сколько дорожек расчистили мальчики? (7 дорожек).

Задачи-загадки могут быть, например, такими:

Два конца, два кольца, а посередине гвоздик. (Ножницы).

Четыре братца под одной крышей живут. (Стол).

Стоит Антошка на одной ножке. Где солнце станет, туда он и глянет. (Подсолнух).

Пять братцев в одном домике живут. (Варежка).

Сидит дед во сто шуб одет, кто его раздевает, тот слёзы проливает. (Лук).

Тема занятия № 10. Задачи на переливание и взвешивание.

Практика: Задачи на переливание и взвешивание — два типа математических задач, в которых требуется найти оптимальное решение.

Задачи на переливание

В таких задачах необходимо перелить жидкость из одного сосуда в другой, учитывая ограничения по объёму ёмкостей и количеству жидкости. Задача — найти способ перелить жидкость так, чтобы выполнить определённые условия.

- Задача с двумя сосудами: один объёмом 5 литров, другой — 7 литров. Необходимо получить 6 литров в первом сосуде, используя второй.
- Задача с тремя сосудами: ёмкости 6, 10 и 15 литров. Можно ли разлить 1 литр жидкости в эти сосуды так, чтобы ни один из них не был пустым?
- Задача с ведром и трёхлитровой банкой: как перелить из ведра 5 литров молока в трёхлитровую банку, используя только эти ёмкости.

Тема занятия № 11. Задачи на движение протяжённых тел.

Практика: В задачах на движение протяжённых тел обычно требуется определить длину одного из них. Типичные ситуации: нужно найти длину поезда, который проезжает мимо придорожного столба, лесополосы определённой длины, идущего параллельно путям пешехода или другого движущегося поезда.

Основные формулы

Для решения таких задач используется формула пути: $S = v \times t$, где:

- S — расстояние, пройденное телом;
- v — скорость движения;
- t — время, за которое пройден путь.

Применять эту формулу можно, если величины S , t и v выражены в одинаковых единицах измерения.

Примеры задач

Задача 1: поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 30 секунд. Найти длину поезда в метрах.

Решение: скорость поезда (v) = 60 км/ч = 1000 м/мин, время (t) = 30 секунд = 0,5 минуты.

Длину поезда находят как пройденное расстояние: $S = v \times t = 1000 \times 0,5 = 500$ метров.

Ответ: 500 метров.

Задача 2: поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 800 метрам, за 1 минуту. Найти длину поезда в метрах.

Решение: скорость поезда (v) = 90 км/ч = 1500 м/мин, время (t) = 1 минута. Пройденное поездом расстояние — это собственная длина поезда плюс длина лесополосы: $S = v \times t = 1500 \times 1 = 1500$ метров. Длина поезда равна: $1500 - 800 = 700$ метров.

Ответ: 700 метров.

Где решать

Задачи на движение протяжённых тел можно решать с помощью схем, где длинный объект изображается вектором (стрелкой). Также полезно помнить, что все точки длинного объекта (например, поезда) движутся с одинаковой скоростью, поэтому достаточно выбрать одну из них («нос» объекта) и решать задачу как задачу на движение этой точки.

Тема занятия № 12. Решение олимпиадных задач «Кенгуру».

Практика: Решение олимпиадных задач «Кенгуру».

Тема занятия № 13. Проценты в математике. Понятие процента. Решение задач на проценты.

Теория: Проценты в математике — это сотая доля любого числа, обозначается знаком «%».

Проценты помогают наглядно сравнивать величины и делать выводы на основе количественных данных.

Практика: Некоторые типы задач на проценты и способы их решения:

- Нахождение процента от числа. Например, за месяц на предприятии изготовили 500 приборов, 20% из них не смогли пройти контроль качества. Нужно найти 20% от общего количества изготовленных приборов (500). $20\% = 0,2$, $500 * 0,2 = 100$.
- Нахождение числа по его проценту. Например, нужно найти число, если его 40% равняется 100. Строим пропорцию: $40/100 = 100/X$, решаем по алгоритму. $100 * 100 = 40 * X$, $X = 250$.
- Нахождение процентного отношения двух чисел. Например, в классе 30 учеников, 14 из них — девочки. Нужно узнать, какой процент девочек в классе. Для этого число, которое требуется найти, делят на общее количество и умножают на 100%. $14 / 30 * 100\% = 47\%$.
- Расчёт увеличения числа на процент. Если рост числа показан в процентах и требуется найти итоговое значение, необходимо исходное число умножить на заданный процент, а полученный результат добавить к исходному числу. Пример: зарплата увеличилась на 10% от исходного значения в 150 рублей, нужно найти итоговое значение. $150 * 10\% = 15$ рублей, $150 + 15 = 165$ рублей.
- Расчёт уменьшения числа на процент. Схема решения аналогичная, только изменения исходного числа не добавляются к нему, а вычитаются.

Тема занятия № 14. Решение практико-ориентированных задач

Практика: Практико-ориентированные задачи — это задачи из повседневной жизни, которые помогают формировать практические навыки. Такие задачи связаны с жизненными ситуациями и ориентируют обучающихся на достижение метапредметных результатов при изучении математики.

Этапы решения практико-ориентированных задач:

1. Выделить нужные данные, которые помогут решить задачу, так как задания достаточно объёмные и зачастую приводится лишняя информация.
2. Перевести текст задания на язык математики.
3. Установить отношения между данными и вопросом.
4. Составить рациональный алгоритм решения задачи.
5. Решить задачу.
6. Проверить решение задачи.

Тема занятия № 15. Задачи на понижение концентрации.

Практика: Задачи на понижение концентрации связаны с растворами, смесями и сплавами. В таких задачах нужно найти, сколько вещества нужно добавить или убрать, чтобы изменить концентрацию.

Пример задачи: апельсиновый сок содержит 12% сахара. Сколько килограммов воды нужно добавить к 5 кг сока, чтобы содержание сахара стало 8%?

Решение: концентрация сахара уменьшается в $12 : 8 = 1,5$ раза. Значит, масса раствора должна увеличиться в 1,5 раза. $5 \cdot 1,5 = 7,5$ кг — новая масса раствора. $7,5 - 5 = 2,5$ кг — масса добавленной воды.

Ещё несколько задач на понижение концентрации:

- Морская вода содержит 5% солей. Сколько килограммов чистой воды нужно добавить к 40 кг морской воды, чтобы содержание солей в полученном растворе составило 2%?
- Сплав меди с оловом массой 12 кг содержит 45% меди. Сколько чистого олова надо добавить, чтобы получить сплав, в котором содержится 40% меди?
- Сколько килограммов воды надо добавить к 60 кг 16%-ной соляной кислоте, чтобы получить 10%-ный раствор этой кислоты?

Тема занятия № 16. Задачи на высушивание.

Практика: Задачи на «высушивание» — это задачи, в которых из вещества с большим содержанием влаги получают продукт с меньшим содержанием воды, при этом масса «сухого» вещества остаётся неизменной.

Примеры задач

Собрали 8 кг свежих цветков ромашки, влажность которых 85%. После сушки влажность цветков составила 20%. Чему равна масса цветков после сушки?

Из 22 кг свежих грибов получается 2,5 кг сухих грибов, содержащих 12% воды. Каков процент воды в свежих грибах?

75% от общей массы, а в сене — 45%. Сколько килограммов травы нужно скосить, чтобы получить 500 кг сена?

Тема занятия № 17. Проценты в бизнесе, экономике и в банковском деле.

Практика: Проценты — ключевой инструмент в экономике, особенно в банковском деле. Они определяют, сколько можно заработать на размещённых в банке накоплениях или, наоборот, сколько нужно заплатить банку, если взять кредит.

В бизнесе проценты помогают выгодно вкладывать деньги в развитие компании и грамотно распоряжаться полученными средствами. Например, процентная ставка по кредиту показывает, сколько бизнес заплатит банку за использование его денег, а ставка по вкладу — сколько заработает, если положит деньги в банк.

В экономике проценты используются, в частности, в налогообложении и в долговых отношениях. В процентах измеряют, например, распределение голосов избирателей, жирность продуктов питания, инфляцию, изменение стоимости акций.

В банковском деле проценты по кредитам и депозитам зависят от цены денег в экономике, которую определяют центральные банки с помощью механизма ключевой ставки. Она представляет собой процент, под который регулятор выдаёт кредиты коммерческим банкам. Банки, чтобы заработать, выдают кредиты по ставке с некоторой надбавкой к ставке ЦБ и принимают вклады по ставкам несколько ниже кредитных.

Основной источник прибыли банков — это разница между процентами, которые взимаются с заёмщиков, и процентами, которые кредитор платит по депозитам. Это называется процентной маржой.

Тема занятия № 18. Решение задач на «смеси», «сплавы» и «концентрацию»

Практика: Алгоритм решения задач на смеси, сплавы и концентрацию:

Определить, какое вещество влияет на концентрацию раствора (главное вещество).

Следить за весом главного вещества при добавлении других веществ в раствор.

Исходя из данных об изменениях состояния главного вещества, сделать выводы.

Некоторые допущения, которые используют при решении задач о смесях, сплавах и растворах:

Практика: Недесятичные системы счисления — это системы, в которых для представления чисел используются основания, отличные от 10. К таким системам относятся, например, двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная.

Двоичная система

Основание — 2. Используются только две цифры: 0 и 1.

Особенности:

Применяется в вычислительной технике, так как легко передаётся через электронные сигналы (0 соответствует отсутствию тока, а 1 — его наличию).

Число 6 в двоичном формате записывается как 110.

Восьмеричная система

Основание — 8. Для представления чисел используются цифры от 0 до 7.

Особенности:

Каждой восьмеричной цифре соответствует три двоичные цифры (триада).

Например, число 63 в восьмеричной системе записывается как 77, что представляет собой восемь восьмёрок и семь единиц.

Переведите число 132 в восьмеричную систему счисления

Шестнадцатеричная система

Основание — 16. Используются 16 символов: цифры от 0 до 9 и буквы A, B, C, D, E, F.

Особенности:

Каждая шестнадцатеричная цифра представляет 4 двоичных разряда (бита).

Например, число F в шестнадцатеричной системе = 1111 в двоичной.

513 в шестнадцатеричной системе счисления решение

Где используются десятичные системы счисления?

Десятичные системы счисления применяются в различных областях, например:

В программировании — для записи машинных кодов и адресов, работы с битами и байтами.

В дизайне — для кодирования цветов, например, в формате RGB.

В сетевых технологиях — для записи IP-адресов.

Тема занятия № 22. Запись цифр и чисел других народов.

Практика: У разных народов существовали различные системы записи чисел. Ниже приведены примеры таких систем у Египта, Рима, Майя и Вавилона.

Египетская нумерация

Египетская система счисления — непозиционная, употреблялась в Древнем Египте вплоть до начала X века н. э.

Цифрами являлись иероглифические символы, которые обозначали числа 1, 10, 100 и т. д. до миллиона.

Числа, не кратные 10, записывались путём повторения этих цифр. Каждая цифра могла повторяться от 1 до 9 раз.

Фиксированного направления записи чисел не существовало: они могли записываться справа налево или слева направо и даже вертикально.

Римская нумерация

Римская система счисления — непозиционная, вместо цифр используются буквы латинского алфавита.

Основные символы: I — 1, V — 5, X — 10, L — 50, C — 100, D — 500, M — 1000.

Правила записи:

- Символы можно повторять, но не более трёх одинаковых подряд.
- Если меньшая цифра стоит слева от большей, из большего вычитается меньшее.
- Если меньшая цифра стоит справа от большей, они складываются.

Нумерация народов Майя

Цивилизация майя использовала двадцатеричную позиционную систему счисления.

Для изображения чисел применялись три графических элемента: горизонтальная полоса — 5, точка — 1, специальный символ (ракушка) — ноль.

Запись числа производилась снизу вверх от младших разрядов к старшим, в отличие от современной позиционной системы — справа налево.

Вавилонская нумерация

Вавилонская система счисления — шестидесятеричная, основана на числе 60.

Для записи чисел использовались всего два знака: прямой клин для обозначения единиц и лежащий клин для десятков внутри шестидесятеричного разряда.

Вавилонские цифры записывались клинописью — на глиняных табличках, пока глина ещё мягкая, деревянной палочкой для письма или заострённым тростником выдавливали знаки.

Другие системы записи чисел

- Греческая система счисления (ионийская или новогреческая) — алфавитная, в качестве символов для счёта употреблялись буквы классического греческого алфавита.
- Еврейская система записи — в качестве цифр используются 22 буквы еврейского алфавита, каждая буква имеет своё числовое значение от 1 до 400.

Тема занятия № 23. Некоторые особые случаи счета.

Практика: Особые случаи счёта связаны с особенностями арифметических действий: сложения, вычитания, умножения и деления.

Особые случаи сложения

- Сложение числа с нулём. Результат всегда равен самому числу. Например: $7 + 0 = 7$, $15 + 0 = 15$, $100 + 0 = 100$.
- Сложение, когда одно из слагаемых равно нулю. В этом случае сумма равна другому слагаемому.

Особые случаи вычитания

- Вычитание нуля из уменьшаемого. Независимо от величины уменьшаемого, если от него отнять ноль, его значение не изменится. Математическая запись: $a - 0 = a$.
- Вычитание из уменьшаемого самого себя. Результат всегда равен нулю: $a - a = 0$.

Особые случаи умножения

- Умножение числа на 1. Результат всегда равен самому этому числу. Например: $7 \times 1 = 7$, $15 \times 1 = 15$, $100 \times 1 = 100$.
- Умножение числа на 0. Результат всегда равен 0. Например: $7 \times 0 = 0$, $15 \times 0 = 0$, $100 \times 0 = 0$.

Тема занятия № 24. Равномерное и равноускоренное движение по прямой в одном направлении и навстречу друг другу

Практика:.

Равномерное движение — это движение, при котором величина скорости не меняется, за любые равные промежутки времени тело совершает одинаковое перемещение. График такого движения — прямая линия, то есть координаты линейно зависят от промежутка времени.

Равноускоренное движение — это движение с меняющейся скоростью, но постоянным ускорением. При таком движении скорость тела за любые одинаковые интервалы времени меняется на одну и ту же величину. Графиком равноускоренного движения является парабола, её вершина определяется направлением начальной скорости и ускорения.

Равномерное прямолинейное движение можно считать равноускоренным движением с ускорением ноль.

Тема занятия № 25. Графический способ решения задач на движение. Исторический очерк о Р. Декарт

Практика: История графического метода

Графический метод решения задач, основанный на построении графиков функций, возник в XIV веке благодаря работам французского учёного Николая Оресма. Он изображал

зависимости длинами отрезков, а их концы образовывали линию — график функции. Оресм классифицировал графики, выделив три типа зависимостей: равномерные, равномерно-неравномерные и неравномерно-неравномерные.

Рене Декарт (1596–1650) ввёл понятие переменной величины, что позволило создать математический аппарат для изучения графиков функций. В 1637 году он опубликовал работу «Геометрия», в которой разработал метод координат и заложил основы аналитической геометрии.

Применение графического метода

В задачах на движение графический метод позволяет:

- Наглядно представить процесс. По оси абсцисс откладывают время, а по оси ординат — пройденное расстояние.
- Определить параметры движения по графику. Например, ускорение и скорость можно найти по тангенсу угла наклона прямой, а пройденный путь — по площади фигуры под графиком.
- Составить новые уравнения или заменить алгебраическое решение задачи геометрическим.

Примеры задач

Некоторые примеры задач на движение, решаемых графическим методом:

- Задача на движение навстречу. Графики имеют начала движений в точках с разными ординатами, а прямые носят разный характер монотонности: возрастание и убывание.
- Задача на движение в одном направлении. Прямые одновременно или возрастают, или убывают с разной крутизной, пропорциональной разным скоростям движения объектов.

Тема занятия № 26. Задачи на совместную работу

Практика: Задачи на совместную работу — это задачи, в которых рассматривается работа нескольких человек или механизмов, выполняющих одну и ту же задачу, но с разными скоростями.

В таких задачах обычно используются параметры: время выполнения работы (обозначается как t) и производительность (скорость) выполнения работы (обозначается как p). Также определяется совместная производительность — общая производительность всех участников (обозначается как P).

Примеры задач

- Два рабочих выполняют некоторую работу за 8 часов. Первый рабочий может выполнить эту работу самостоятельно за 12 часов. За сколько часов может выполнить работу второй рабочий?
- Две трубы наполняют бассейн за 3 часа. Первая труба может наполнить бассейн за 6 часов. Сколько времени потребуется второй трубе, чтобы наполнить бассейн?
- Первый мастер за 2 часа изготавливает 64 детали, а второй за 3 часа — 72 детали. За сколько часов они изготовят 336 деталей, если будут работать вместе?

Способы решения

- Обозначить всю работу за единицу. Объём выполненной работы выражается как часть этой единицы.
- Найти производительность каждого участника. Для этого используется формула: $\text{производительность} = \text{объём работы} / \text{время}$.
- Определить совместную производительность. Она равна сумме производительностей всех участников: $P = p_1 + p_2 + \dots + p_n$, где $p_1, p_2, \dots, p_n$ — производительности каждого участника.
- Найти время выполнения работы по формуле: $t = \text{объём работы} / \text{производительность}$: $t = A / P$, где A — объём работы, а P — совместная производительность.

Тема занятия № 27. Задачи на части.

Практика: Задачи на части — это задачи, в которых величины состоят из частей, при этом точные значения частей неизвестны. В некоторых задачах части представлены явно, в других — нужно выделить их, приняв подходящую величину за одну часть и определив, из скольких таких частей состоят другие величины.

Примеры задач

- Для варенья из клубники на две части ягод берут три части сахара. Сколько сахара следует взять на 8 кг клубники? Решение: 8 кг ягод — две части, значит, на одну часть приходится $8 : 2 = 4$ кг. Сахара надо взять три такие же части, значит, $4 \times 3 = 12$ кг. Ответ: 12 кг.
- Вика заплатила за учебник на 220 рублей больше, чем за прописи. Известно, что учебник дороже прописей в пять раз. Сколько стоит учебник? Решение: представим стоимость в виде частей: если стоимость прописей — одна часть, то стоимость учебника — пять таких же частей. Сделаем схематический рисунок: 220 рублей приходится на четыре части. $220 : 4 = 55$ рублей — на одну часть (прописи). $5 \times 55 = 275$ рублей — стоимость учебника. Ответ: 275 рублей.

Методы решения

- С помощью схем. Подходит, когда в задаче задано соотношение между частями либо части указаны в виде дробей или процентов.
- Через уравнение. Применяется, если в задаче нужно найти неизвестную величину, исходя из условий на части.
- Обратный ход. Метод «с конца» (обратный ход) используется, когда в задаче требуется найти часть от целого или целое по его части.

Тема занятия № 28. Задачи на разбавление.

Практика: Задачи на разбавление в химии связаны с уменьшением концентрации раствора за счёт добавления растворителя (обычно воды). В таких задачах требуется определить массу растворённого вещества, массу полученного раствора или массовую долю вещества в разбавленном растворе.

Примеры задач

- К 200 г 15%-го раствора хлорида натрия добавили 40 г воды. Нужно найти массовую долю соли в полученном растворе.
- К 270 г 20%-ного раствора кислоты добавили 30 г воды. Требуется вычислить массовую долю полученного раствора.

Методы решения

При решении задач на разбавление важно учитывать, что масса растворённого вещества остаётся неизменной, изменяется лишь масса растворителя и, соответственно, масса всего раствора.

Некоторые методы решения:

- Расчёт массы раствора в конце процесса. Для этого нужно сложить массу исходного раствора и массу добавленного растворителя.
- Определение массы растворённого вещества в начале процесса. Для этого используется формула: масса растворённого вещества = массовая доля $\times$ массу раствора.
- Расчёт массовой доли вещества в конечном растворе. Для этого нужно разделить массу растворённого вещества на массу полученного раствора.

Тема занятия № 29. Задачи на движение по окружности.

Практика: Задачи на движение по окружности встречаются в учебных материалах по физике и математике. Они могут быть разных типов: на вычисление скорости, времени или пути, а также задачи с условием обгона одного объекта другим.

Примеры задач

- Задача на вычисление скорости. Автомобиль проехал по кругу длиной 200 метров за 50 секунд. Какова его скорость?
Решение: $v = 200 \text{ метров} / 50 \text{ секунд} = 4 \text{ метра в секунду}$.
- Задача на определение времени. Мотоцикл движется со скоростью 15 м/с. Какое время потребуется, чтобы проехать круг длиной 300 метров?
Решение: $t = 300 \text{ метров} / 15 \text{ м/с} = 20 \text{ секунд}$.
- Задача с условием обгона. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 8 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 114 км/ч, и через 20 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля.
Решение: за 20 минут ($1/3$ часа) первый автомобиль проехал на 1 круг больше (на 8 км). За час первый автомобиль проедет на $8 \times 3 = 24$ км больше второго. Скорость второго автомобиля на 24 км/ч меньше, чем у первого, и равна $114 - 24 = 90$ км/ч.

Методы решения

- Анализ текста задачи. Нужно определить, какие данные известны, что нужно найти. Если необходимо, задачу иллюстрируют рисунком.
- Использование формул. Например, для вычисления скорости тела, движущегося по окружности, применяют формулу $v = S / t$, где v — скорость, S — путь, пройденный по окружности, t — время.
- Составление уравнений. Если в задаче один объект обгоняет другой, можно составить уравнение, учитывая, что обгоняющий проезжает на один круг больше, чем другой.
- Проверка ответа. Нужно убедиться, что ответ соответствует условию задачи и решает поставленный вопрос.

Тема занятия № 30. Развитие понятия уравнения. Исторический очерк.

Теория: Развитие понятия уравнения связано с историей математики и связано с поиском общих приёмов решения задач. Исторический очерк включает несколько этапов: Древний мир, Древняя Греция, Арабский мир и Европу.

Древний мир

- В Древнем Вавилоне решали уравнения первой, второй и даже отдельные уравнения третьей степени. При этом вавилоняне не использовали буквенные обозначения, а излагали решения задач в словесной форме.
- В Древнем Египте были известны приёмы решения уравнений первой степени с одним неизвестным. Египтяне излагали свои алгебраические познания в числовой форме, не применяя буквенной символики.

Древняя Греция

- В Древней Греции квадратные уравнения решали с помощью геометрических построений. Древнегреческие математики работали не с числами, а с отрезками, и найти неизвестное означало построить отрезок.
- Греческий математик Диофант (III в.) разработал методы решения алгебраических уравнений и систем таких уравнений со многими неизвестными в рациональных числах.

Арабский мир

- Мухаммед аль-Хорезми (VIII–IX вв.) дал классификацию линейных и квадратных уравнений и способы их решения. В его трактате «Краткая книга об исчислении ал-джабра и ал-мукабалы» были введены две основные операции: «ал-джабр» (перенос отрицательных членов из одной части уравнения в другую со знаком плюс) и «ал-мукабала» (приведение подобных членов в обеих частях уравнения).

- Омар Хайям описал все возможные виды уравнений третьей степени и рассмотрел геометрический способ их решения.

Европа

- В Европе формы решения квадратных уравнений по образцу аль-Хорезми впервые были изложены в «Книге абака» итальянского математика Леонарда Фибоначчи (1202 г.).
- В XVI веке итальянские математики Тарталья, Кардано, Бомбелли среди первых учли, помимо положительных, и отрицательные корни.
- Лишь в XVII веке благодаря трудам Жирара, Декарта, Ньютона и других учёных способ решения квадратных уравнений принял современный вид.

Современное состояние

- В современной науке уравнения используются для моделирования и анализа различных явлений, их практическое применение охватывает множество областей, от физики и экономики до компьютерных наук и инженерии.
- С появлением компьютеров и развитием вычислительных методов уравнения стали неотъемлемой частью научных исследований и технологических разработок.

Практика: Решаем задачи на заданную тему.

Тема занятия № 31. Решение занимательных задач.

Практика: Решение занимательных задач

Тема занятия № 32. Заключительное занятие. Математический калейдоскоп.

Практика: «Математический калейдоскоп» — это внеклассное мероприятие или игра, которая включает интересные математические задания, шутки, стихи о математике, песни.

Результат обучения по данному модулю

Обучающиеся:

- научились приводить примеры математических открытий и их авторов в связи с всемирной и отечественной историей;
- научились решать несложные текстовые задачи разных типов, в том числе задачи повышенной сложности;
- научились анализировать условие задачи, строить для ее решения математическую модель, проводить доказательные рассуждения.

2. Модуль «Мир вероятности и комбинаторики»

Цель модуля:

Создать условия для освоения обучающимися теории вероятности и комбинаторики

Задачи модуля:

- развить способность излагать свои мысли;
- связывать жизненные ситуации со статистическим материалом, формализовывать и описывать данные

Форма контроля:

- подготовленный и продемонстрированный опыт по заданной тематике

Учебно-тематический план модуля «Мир вероятности и комбинаторики»

№ п/п	Наименование тем	Количество часов		
		всего	теория	практика
1.	Вводное занятие. Техника безопасности. Что изучает теория вероятностей. Эксперимент с желтыми, красными, зелеными шарами	2	2	-
2.	Элементы комбинаторики	2	1	1
3.	Решение комбинаторных задач	2	-	2
4.	Случайные события	2	-	2

5.	Что вероятнее? Сравнение шансов. Как сравнивать события?	2	-	2
6	Противоположные события.	2	-	2
7.	Статистическое определение вероятности	2	-	2
8.	Всегда ли нужно бросать монету? Классическое определение вероятности	2	-	2
9.	Задачи о выборе объектов из набора	2	-	2
10.	События элементарные и не очень. Об исходах и событиях.	2	-	2
11.	Эксперимент по подбрасыванию кубика. Эксперимент по вытягиванию одной карты	2	-	2
12.	Вероятность и комбинаторика. Подсчет шансов	2	-	2
13.	Эксперимент по подбрасыванию монеты. Эксперимент с шарами	2	-	2
14.	Опыты с равновозможными элементарными исходами.	2	-	2
15.	Задачи о подбрасывании монеты.	2	-	2
16.	Моделирование случайных экспериментов	2	-	2
17.	Сколько изюма в булке и сколько рыб в пруду. Оценивание и прогноз	2	-	2
18.	Диаграммы Эйлера. Пересечение событий	2	-	2
19.	Диаграммы Эйлера. Объединение событий.	2	-	2
20.	Случайные события и вероятность. Как узнать вероятность события? Зачем нужно знать вероятность события?	2	-	2
21.	Числовые характеристики случайных величин	2	-	2
22.	Измерения вероятностей. Социологические обследования.	2	-	2
23.	Простейшие правила и формулы вычисления вероятностей.	2	1	1
24.	Что такое логические задачи и как они решаются. Примеры решения логических задач	2	-	2
25.	Задачи на проценты	2	-	2
26.	Задачи о частоте.	2	-	2
27.	Головоломки. Восстановление результата игры. Задача «Записи рассеянного болельщика»	2	-	2
28.	Решение задач «Чей щенок?», «Фигуристски». Задача «Четыре рыцаря».	2	-	2
29.	Математический турнир	2	-	2
30.	Логические задачи	2	-	2
31.	Текстовые задачи.	2	-	2
32	Заключительное занятие по данному модулю. Математические игры, выигрышные ситуации	2	-	2
Итого:		64	4	60

Содержание программы второго модуля

Тема занятия №1. Вводное занятие. Техника безопасности. Что изучает теория вероятностей. Эксперимент с желтыми, красными, зелеными шарами.

Теория: Знакомство обучающихся с программой модуля. Правила обучающихся в образовательном учреждении. Изучение инструкций по технике безопасности и пожарной безопасности.

Практика: Теория вероятностей — раздел математической науки, который изучает случайные события и величины, их свойства, а также операции, которые можно совершить с ними. Теория вероятностей занимается изучением объективных закономерностей случайных событий.

Эксперимент (или опыт) — действие, в результате которого наблюдается то или иное явление и фиксируется тот или иной факт.

Пример эксперимента: в непрозрачную коробку кладут 12 одинаковых на ощупь картонных карточек: 5 красных и 7 зелёных. Затем извлекают из коробки одну карточку наугад. Это действие называется экспериментом, а вытащенная карточка любого цвета — результатом эксперимента, или событием.

События в теории вероятностей бывают разными:

- Достоверные — происходят в процессе каждого эксперимента.
- Невозможные — не могут совершиться в процессе каждого эксперимента.
- Случайные — не являются ни достоверными, ни невозможными.

Например, если в коробке лежат 3 красных, 3 жёлтых и 3 зелёных шара и нужно вытащить наугад 4 шара, то возможны такие события:

- А — все вынутые шары одного цвета (невозможное);
- В — все вынутые шары разных цветов (невозможное);
- С — среди вынутых шаров есть шары разных цветов (достоверное);
- Д — среди вынутых шаров есть шары всех трёх цветов (случайное)

Тема занятия № 2. Элементы комбинаторики.

Теория: Комбинаторика — раздел математики, который занимается подсчётом возможных вариантов расположения, комбинаций или выбора объектов, а также поиском закономерностей или структур, возникающих в результате такого расположения.

Основные понятия

Некоторые ключевые понятия комбинаторики:

- Перестановка — способ последовательно расположить элементы множества.
- Сочетание — набор элементов, который можно выбрать из множества без учёта порядка.
- Размещение — упорядоченный набор элементов, выбранный из множества.
- Факториал — математическая функция, которая обозначает произведение всех натуральных чисел от 1 до заданного числа.

Правила

В комбинаторике используются два основных правила:

1. **Правило сложения (правило «или»).** Если два действия А и В не имеют общих элементов, причём действие А можно выполнить m способами, а В — n способами, то выполнить одно любое из этих действий (либо А, либо В) можно $m + n$ способами.
2. **Правило умножения (правило «и»).** Если действие А можно выполнить m способами, а В — n способами, то упорядоченная пара (А и В) может быть составлена $m \times n$ способами.

Практика: Примеры задач

Комбинаторные задачи встречаются не только в математике, но и в повседневной жизни. Например, при планировании маршрутов, составлении расписаний, анализе опросов или распределении ресурсов.

При решении таких задач можно использовать разные методы, например:

- Метод перебора — полный перебор всех возможных вариантов.
- Построение дерева возможных вариантов — схема, которая помогает учесть все варианты.

- Использование комбинаторных формул — они позволяют определить количество возможных комбинаций в зависимости от условий задачи.

Тема занятия № 3. Решение комбинаторных задач.

Практика: Для решения комбинаторных задач можно использовать несколько методов: перебор вариантов, построение дерева возможных вариантов или составление таблиц. Также для вычислений часто применяют онлайн-калькуляторы.

Метод перебора

Заключается в полном переборе всех возможных вариантов. Этот метод удобен при небольшом числе элементов, из которых составляются комбинации.

Например, если нужно выбрать две игрушки из четырёх, можно перебрать все варианты, учитывая, что одна из игрушек — мишка, енот, лиса или белка.

Метод дерева возможных вариантов

Заключается в построении схемы, которая внешне напоминает дерево. От корня дерева проводят ветви, на концах которых отмечают первые элементы комбинаций, затем — вторые и так далее, пока не будет составлена вся комбинация.

Дерево помогает учесть все варианты и избежать повторений.

Метод составления таблиц

Таблицы помогают последовательно найти все возможные варианты. В них записывают все комбинации, а затем анализируют, все ли они удовлетворяют условию

Например, если нужно составить трёхзначные числа из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, при составлении таблицы учитывают, повторяются ли цифры в записи.

Тема занятия № 4. Случайные события

Практика: Случайное событие — это подмножество множества исходов случайного эксперимента, которое в одних и тех же условиях может произойти, а может не произойти.

Примеры случайных событий:

- При подбрасывании монеты появился герб, хотя могла появиться и цифра.
- При выстреле стрелок поразил цель, хотя мог и не попасть.

Событие, которое обязательно произойдёт в результате данного испытания, называется достоверным. Например, извлечение белого шара из урны, в которой находятся все белые шары. Событие, которое никогда не произойдёт в результате данного испытания, называется невозможным. Например, выпадение цифры 5 при бросании 10-копеечной монеты.

Вероятность — это степень возможности наступления некоторого события. Вероятность достоверного события всегда равна 1, а невозможного — 0.

Тема занятия № 5. Что вероятнее? Сравнение шансов. Как сравнивать события?

Практика: Основные понятия

Для сравнения шансов событий используют понятие вероятности — числа, которые обозначают шанс их возникновения. Вероятности записывают в диапазоне от 0 до 1: если вероятность равна 0, то событие никогда не произойдёт, если 1 — точно произойдёт.

Методы сравнения

Некоторые методы сравнения шансов:

- Использование вероятностной шкалы. События располагают на шкале: слева — невозможные, справа — достоверные, между ними — случайные. Чем больше у события шансов произойти, тем правее его располагают на шкале, чем меньше шансов — тем левее. Если два события имеют равные шансы, их располагают в одном и том же месте шкалы друг над другом.
- Расчёт отношения шансов. Отношение шансов — это соотношение вероятностей двух событий. Если отношение больше 1, то одно событие более вероятно, чем другое. Если отношение меньше 1, то одно событие менее вероятно, чем другое.

Примеры задач

Пример задачи на сравнение шансов:

- Сравнить шансы событий при бросании кубика. Нужно найти шансы выпадения чётного и нечётного числа. Решение: чётное число выпадает на трёх гранях кубика, нечётное — на трёх других. Значит, шансы чётного числа — 3:3, нечётного — 3:3.
Следовательно, чётное число более вероятно, чем нечётное.

Тема занятия № 6. Противоположные события.

Практика: Противоположные события — это события, которые исключают друг друга и не могут произойти одновременно. Если одно событие происходит, то другое обязательно не происходит, и наоборот.

Примеры

- Бросок монеты: событие А — выпадение орла, противоположное событие А' — выпадение решки. Если выпал орёл (событие А), то решка (событие А') не может выпасть, и наоборот.
- Бросок игрального кубика: событие В — выпадение чётного числа, противоположное событие В' — выпадение нечётного числа. Если выпало чётное число (событие В), то нечётное число (событие В') не может выпасть, и наоборот.
- Погода: событие С — солнечный день, противоположное событие С' — дождливый день. Если сегодня солнечный день (событие С), то дождливый день (событие С') не может быть, и наоборот.

Теорема

Сумма вероятностей противоположных событий всегда равна единице: $P(A) + P(A') = 1$.

Это следует из определения противоположных событий: если не произошло одно, то обязательно произойдёт противоположное ему. Что-то из двух противоположных событий точно произойдёт, поэтому, если сложить их вероятности, то сумма будет равна единице.

Для нахождения вероятности противоположного события используется формула: $P(A') = 1 - P(A)$. Чтобы найти вероятность события, противоположного А, нужно из единицы вычесть вероятность события А.

Тема занятия № 7. Статистическое определение вероятности/

Практика: Статистическое определение вероятности гласит, что вероятностью события считают число, около которого колеблется относительная частота этого события при достаточно большом числе испытаний.

Примеры

Статистическое определение вероятности находит применение в различных областях, например:

- Контроль качества. Если среди 1000 случайно отобранных деталей оказалось 5 бракованных, то вероятность события «произведённая деталь бракованная» приближённо равна его частоте.
- Социологические опросы. Например, процент всхожести семян или спрос на продукцию.

Ограничения

Для существования статистической вероятности события требуется:

- Возможность производить неограниченное число испытаний, в каждом из которых событие наступает или не наступает.
- Устойчивость относительных частот появления события в различных сериях достаточно большого числа испытаний.

Недостатком статистического определения является неоднозначность статистической вероятности. Например, в качестве вероятности события можно принять не только одно число, но и несколько других.

Тема занятия № 8. Всегда ли нужно бросать монету? Классическое определение вероятности.

Практика: Нет, бросать монету всегда не нужно, так как исход многих явлений заранее предсказать невозможно. Например, нельзя сказать наверняка, какой стороной упадёт подброшенная вверх монета.

Однако есть закономерности, которые начинают проявляться при многократном повторении случайных явлений. Например, если подбросить монету 1000 раз, то «орёл» выпадет приблизительно в половине случаев, чего нельзя сказать о двух или даже десяти бросаниях.

Классическое определение вероятности — это отношение количества благоприятных исходов к общему количеству всех возможных исходов в некотором случайном эксперименте или ситуации.

Это определение применимо только в случае, когда все элементарные исходы равновероятны. Например, при броске симметричной монеты (где герб и решка равновероятны).

Тема занятия № 9. Задачи о выборе объектов из набора.

Практика: Задачи о выборе объектов из набора относятся к задачам по теории вероятностей. В таких задачах нужно подсчитать число объектов, благоприятных некоторому событию, и общее число равновозможных исходов, а затем воспользоваться формулой вероятности: $P(A) = m / n$, где $P(A)$ — вероятность события A , m — число благоприятных исходов, n — число всех исходов.

Примеры задач

- В группе туристов 5 человек. С помощью жребия выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист А хотел бы сходить в магазин, но подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А пойдёт в магазин?
- На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.
- Футбольную секцию посещают 33 человека, среди них два брата — Антон и Дмитрий. Посещающих секцию случайным образом делят на три команды по 11 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Антон и Дмитрий окажутся в одной команде.

Решение задач

- Задача 1. Всего возможных исходов — 5, благоприятных — 2 (выбор двух человек). Вероятность: $2 / 5 = 0,4$.
- Задача 3. Число благоприятных исходов: $250 - 120 - 120 = 10$, возможных — 250. Вероятность: $10 / 250 = 0,04$.
- Задача 5. Всего исходов — 32 (не считая Антона), благоприятных — 10 (деление на три команды по 11 человек, среди которых Антон). Вероятность: $10 / 32 = 0,3125$.

Тема занятия № 10. События элементарные и не очень. Об исходах и событиях.

Практика: Элементарное событие — это такое, которое нельзя «разложить на другие события». В результате некоторого испытания обязательно произойдёт одно из таких событий, которые взаимоисключают друг друга.

Пример: при подбрасывании монеты существует два элементарных исхода: выпадает орёл или выпадает решка.

Кроме элементарных событий, теория вероятностей рассматривает закономерность наступления и более сложных событий.

Исход — это любой результат испытания, который представляет собой появление определённого события.

Событие — это любое явление, которое наблюдается в результате опыта. События бывают разными, например:

- Достоверными — которые обязательно произойдут в условиях данного опыта. Пример: в условиях земного тяготения подброшенная монета непременно упадёт вниз.
- Возможными (случайными) — которые могут появиться, но могут и не появиться. Пример: в результате броска монеты выпадет «орёл».

- Невозможными — которые не могут произойти в условиях данного опыта. Пример: в условиях земного тяготения подброшенная монета улетит вверх.

Тема занятия № 11. Эксперимент по подбрасыванию кубика. Эксперимент по вытягиванию одной карты.

Практика: Эксперимент по подбрасыванию кубика предполагает шесть возможных исходов: 1, 2, 3, 4, 5 или 6. Чтобы найти вероятность выпадения определённого числа, нужно количество благоприятных исходов разделить на общее количество возможных исходов.

Например, если нужно вычислить вероятность выпадения чётного числа (2, 4 или 6), то количество благоприятных исходов (3) делят на общее количество исходов (6): $3/6 = 1/2 = 0,5$.

Эксперимент по вытягиванию одной карты из колоды, например из 52 карт, также позволяет найти вероятность вытягивания определённого события.

Так, если нужно вычислить вероятность вытягивания туза, то количество благоприятных исходов (4) делят на общее количество возможных исходов (52): $4/52 = 1/13 \approx 0,0769$.

Если нужно найти вероятность вытягивания карты в форме сердца (червы), то количество благоприятных исходов (13) делят на общее количество возможных исходов (52): $13/52 = 1/4 = 0,25$.

Тема занятия № 12. Вероятность и комбинаторика. Подсчет шансов.

Практика: Вероятность — это числовое выражение шансов наступления определённого события. Она всегда находится в диапазоне от 0 (невозможное событие) до 1 (абсолютно достоверное событие). Для выражения вероятности часто используют проценты (от 0% до 100%) или дроби.

Комбинаторика — раздел математики, который занимается подсчётом количества различных комбинаций. Основная цель комбинаторики — подсчитать, сколько комбинаций можно составить из элементов исходного множества в соответствии с заданным правилом. Простейшими примерами комбинаторных конструкций являются перестановки, размещения и сочетания.

Подсчёт вероятности для событий, исходы которых равновозможны, происходит по формуле: вероятность события равна отношению числа благоприятных этому исходу событий к общему числу возможных исходов. Например, вероятность выпадения шестёрки на игральной кости равна $1/6$, поскольку из шести возможных исходов только один соответствует шестёрке.

Для событий, где исходы не равновозможны, обычно применяют статистический подход: смотрят статистику и считают, сколько всего произошло событий и сколько среди них «благоприятных». Тогда можно оценить вероятность того, что в дальнейшем произойдёт «благоприятное» событие.

Комбинаторика особенно важна при расчёте вероятностей в карточных играх и лотереях.

Тема занятия № 13. Эксперимент по подбрасыванию монеты. Эксперимент с шарами.

Практика: Эксперимент с подбрасыванием монеты предполагает два исхода: «орёл» и «решка». Вероятность выпадения каждого из них приближена к 0,5. Чем больше экспериментов проводится, тем точнее определяется вероятность.

Пример эксперимента с шарами: есть две коробки с шарами. В первой — 10 шаров, из них 9 белых и 1 красный. Во второй — 100 шаров, из них 92 белых и 8 красных. Нужно вытащить красный шар, не заглядывая в коробки. Нужно определить, какую коробку выбрать, чтобы увеличить шансы вытащить красный шар.

В этом примере вероятность вытащить красный шар из первой коробки — $1/10$ (0,1), из второй — $8/100$ (0,08). Очевидно, что 0,1 больше 0,08, следовательно, при выборе коробок работает фактор предвзятости.

Тема занятия № 14. Опыты с равновозможными элементарными исходами.

Практика: Опыты с равновозможными элементарными исходами — это эксперименты, в которых элементарные исходы (события) имеют одинаковые шансы на осуществление. Это позволяет использовать классическое определение вероятности — отношение числа благоприятных исходов к общему числу равновозможных.

Примеры задач

- Бросают игральный кубик. Нужно найти вероятность события «число очков меньше пяти». Благоприятствующие исходы: «на кубике одно очко», «на кубике два очка», «на кубике три очка», «на кубике четыре очка» (всего 4). Общее число элементарных исходов — 6. Вероятность события равна $4/6 = 2/3$.
- Из урны, содержащей 5 белых и 10 чёрных шаров, наугад вынимают один шар. Нужно найти вероятность события «извлечён белый шар». Число элементарных исходов — 15 (общее число шаров в урне), благоприятствующих событию исходов — 5. Вероятность равна $5/15 = 1/3$.

Формулы для вычисления вероятности

$P(A) = m/n$, где:

- n — общее число всех равновозможных элементарных исходов;
- m — количество элементарных исходов, благоприятствующих событию A .

Тема занятия № 15. Задачи о подбрасывании монеты.

Практика: Задачи о подбрасывании монеты относятся к теории вероятностей и считаются довольно сложными.

Один из примеров: в случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Нужно найти вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

Решение: возможны 4 исхода: РР, РО, ОР, ОО. Благоприятствуют событию «решка выпадет ровно один раз» 2 исхода: РО и ОР. Искомая вероятность равна 0,5.

Ещё один пример: симметрическую монету бросают трижды. Нужно найти вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.

Решение: всего возможны 8 исходов: РРР, РРО, РОР, РОО, ОРР, ОРО, ООР, ООО. Благоприятствуют событию «орёл выпадет ровно два раза» 3 исхода: РОО, ОРО, ООР. Искомая вероятность равна 0,375.

Для решения таких задач используют формулу: $P = m/n$, где n — число всех равновозможных элементарных исходов случайного эксперимента с подбрасыванием, а m — число тех исходов, которые благоприятствуют событию (тому, что указано в условии задачи).

Тема занятия № 16. Моделирование случайных экспериментов.

Практика: Моделирование случайных экспериментов — это метод исследования поведения вероятностных систем в условиях, когда не известны в полной мере внутренние взаимодействия в этих системах.

Один из способов моделирования — метод статистического моделирования (Монте-Карло). Он базируется на использовании случайных чисел — возможных значений некоторой случайной величины с заданным распределением вероятностей.

Процесс моделирования включает несколько этапов:

1. Генерирование реализации случайной величины с требуемой функцией распределения.
2. Преобразование полученной величины, определяемой математической моделью.
3. Статистическая обработка реализации.

Суть метода заключается в воспроизведении исследуемого физического процесса при помощи вероятностной математической модели и вычислении характеристик этого процесса.

Некоторые сферы применения метода: решение краевых задач математической физики, систем линейных алгебраических уравнений, задач ядерной физики, газовой динамики, фильтрации, теплотехники и других.

Тема занятия № 17. Сколько изюма в булке и сколько рыб в пруду. Оценивание и прогноз.

Практика: Задача о количестве рыб в пруду может быть решена с помощью следующего метода:

1. Поймать, например, 50 рыб и пометить их.
2. Выпустить обратно в пруд.
3. Через какое-то время поймать ещё 50 рыб и посмотреть, сколько среди них помеченных.
4. Допустим, что помеченных рыб — 10, а доля помеченных в первый раз рыб в пруду составляет 1:5.
5. Тогда общее количество рыб в пруду будет равно произведению помеченных рыб: $50 * 50 = 250$.

Метод используется, чтобы вычислить количество диких животных в местах, где их трудно пересчитать (например, в непроходимых лесах или на огромной территории).

Тема занятия № 18. Диаграммы Эйлера. Пересечение событий.

Практика: Диаграммы Эйлера используют для наглядного изображения пересечения событий в теории вероятностей.



Определение пересечения событий

Пересечением событий А и В называют событие, которое состоит из всех исходов, благоприятных для обоих событий. Оно происходит, когда одновременно наступают оба события А и В.

Обозначение пересечения: $A \cap B$.

Примеры пересечения событий

- Выбор двух пар брюк. События:
 - А — первые брюки чёрные;
 - В — вторые брюки чёрного цвета.Пересечение событий $A \cap B$ — обе пары брюк чёрные.
- Бросание кубика. События:
 - А — выпадет чётное число очков;
 - В — выпадет шестёрка.Пересечение событий $A \cap B$ — выпадет 6.

Построение диаграммы Эйлера для пересечения событий

На диаграмме Эйлера события изображают кругами. Если события пересекаются, то и круги пересекаются. Зона пересечения кругов подписывается как «Пересечение событий А и Б».

Например, для примера с двумя кругами, обозначающими события, диаграмма будет выглядеть так:

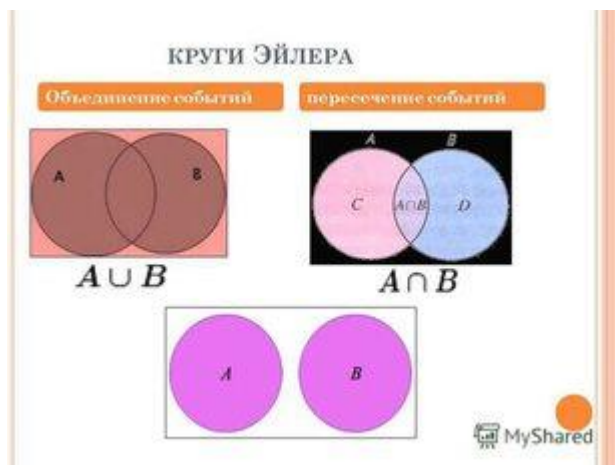
1. Прямоугольник — «Вероятностное пространство».
2. Круг «Событие А» — «Выпало чётное число».
3. Круг «Событие Б» — «Выпало число больше 6».
4. Зона пересечения кругов — «Пересечение событий А и Б».

Тема занятия № 19. Диаграммы Эйлера. Объединение событий.

Практика: Объединение событий в теории вероятностей — это новое событие, которое наступает, когда происходит хотя бы одно из событий, составляющих объединение.

Обозначение: объединение событий А и В записывается как $A \cup B$ или $A + B$.

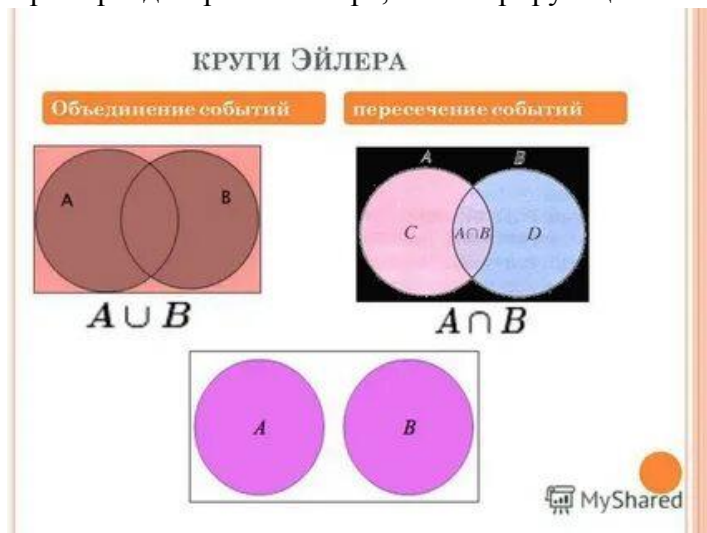
Отношения между событиями можно представить с помощью диаграмм Эйлера-Венна, где события изображаются как области на плоскости. Объединение событий на такой диаграмме показывает, какие элементарные исходы принадлежат хотя бы одному из событий.



Примеры объединения событий

- Бросание игральной кости. События:
 - A — выпало число очков, кратное 2;
 - B — выпало число очков, кратное 3.
 Тогда событие $A \cup B$ означает, что выпало хотя бы одно из чисел 2, 3, 4, 6.
- Из колоды вынимают одну карту. События:
 - A — вынут король;
 - B — вынута карта масти пик.
 Тогда событие $A \cup B$ — вынут король или карта масти пик.

Примеры диаграмм Эйлера, иллюстрирующих объединение событий.



Тема занятия № 20. Случайные события и вероятность. Как узнать вероятность события? Зачем нужно знать вероятность события?

Практика: Случайные события — это события, которые могут произойти, а могут и не произойти. Например, при подбрасывании игрального кубика нельзя с уверенностью сказать, какое число выпадет.

Вероятность события — это число от 0 до 1, которое показывает, насколько возможно наступление события. Если вероятность равна 0, то событие невозможно, если 1 — то оно произойдёт обязательно. Все значения между этими крайностями — случайные события. Чтобы узнать вероятность события, нужно определить общее число возможных исходов и количество исходов, которые считаются благоприятными. Если все исходы равновероятны, применяется формула нахождения вероятности: $P(A) = m / n$, где:

- $P(A)$ — вероятность события A;
- m — число благоприятных исходов;

- n — общее количество всех исходов.

Например, чтобы найти вероятность вытянуть из колоды 36 карт любую даму, нужно определить, что $m = 4$, $n = 36$, значит, $P = 4 / 36 = 1 / 9 \approx 0,11$, или 11%.

Знать вероятность события важно, так как это позволяет:

- Оценивать риски. Например, если при определённых условиях в некоторой местности вероятность урагана равна 0,25, то при многократных повторениях упомянутых условий примерно в 25% случаев начнётся ураган.
- Строить прогнозы. Например, если какое-то событие имеет вероятность 0,99, то в среднем его следует ожидать в 99 случаях из 100, то есть почти всякий раз.
- Принимать решения в условиях неопределённости. Например, понимание, как вычислять вероятность, помогает принимать решения, когда нельзя точно предсказать исход события.

Тема занятия № 21. Числовые характеристики случайных величин

Практика: Числовые характеристики случайных величин — это числовые параметры, которые описывают случайную величину суммарно. К ним относятся математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение.

Математическое ожидание

Математическое ожидание — это среднее значение случайной величины, которое она принимает при многократном повторении эксперимента.

Для дискретной случайной величины математическое ожидание вычисляется как сумма произведений всех её значений на соответствующие вероятности. Для непрерывной случайной величины вместо суммы используется интеграл.

Пример:

Найти математическое ожидание случайной величины X , зная её распределение:

X	-1	0	1	2	3
P	0,5	0,2	0,4	0,3	0,05

$M(X) = -1 \cdot 0,5 + 0 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,05 = ?$

Дисперсия

Дисперсия — это мера разброса значений случайной величины относительно её математического ожидания.

Дисперсия обозначается как математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её среднего значения. Чем больше дисперсия, тем сильнее разброс значений.

Вычисление дисперсии

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$$

Применим эту формулу для рассмотренного выше примера:

X	0	1	2
X ²	0	1	4
p	0,0625	0,375	0,5625

Математическое ожидание случайной величины равно:

$$M(X) = 0 \cdot 0,0625 + 1 \cdot 0,375 + 2 \cdot 0,5625 = 1,5$$

$$M(X^2) = 0 \cdot 0,0625 + 1 \cdot 0,375 + 4 \cdot 0,5625 = 2,625$$

$$D(X) = 2,625 - [1,5]^2 = 0,375$$



Среднее квадратическое отклонение

Среднее квадратическое отклонение (стандартное отклонение) — это показатель рассеивания значений случайной величины относительно её математического ожидания.

Среднее квадратическое отклонение равно квадратному корню из дисперсии. Оно измеряется в тех же единицах, что и сама случайная величина.

Пример расчета среднего квадратического отклонения (σ):

Опыт работы у пяти испытуемых составляет: 2,3,4,7 и 9 лет

■ M (среднее арифметическое значение) = 5 лет

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Где x_i - каждое наблюдаемое значение признака;
 $\bar{x} = M$ - средняя арифметическая признака

$$\sigma = \sqrt{\frac{(2-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2 + (7-5)^2 + (9-5)^2}{5}} = \sqrt{6,80} = 2,607 \approx 2,61 \text{ (года)}$$

■ σ (среднее квадратическое отклонение) = 2,61 года

Где можно найти числовые характеристики

Числовые характеристики случайной величины можно найти по её закону распределения — соотношению между возможными значениями и соответствующими им вероятностями.

Закон распределения даёт полное представление о случайной величине, но часто достаточно указать только числовые параметры, которые позволяют в сжатой форме выразить наиболее существенные черты распределения.

Тема занятия № 22. Измерения вероятностей. Социологические обследования.

Практика: В социологических обследованиях вероятности измеряются через анализ выборочных данных. Вместо самой вероятности исследователь обычно имеет дело с её выборочной оценкой — относительной частотой встречаемости события. Например, событие имеет вероятность 0,25, если доля мужчин с определёнными свойствами в изучаемой выборке составляет 25%.

Для оценки вероятностей в социологических исследованиях используются методы выборки, а также расчёты ошибок и доверительных интервалов.

Методы выборки

Некоторые методы формирования выборки в социологических исследованиях:

- Простая случайная выборка. Каждый элемент отбирается независимо и имеет равную вероятность попасть в выборку.
- Систематический отбор. Отбор производится через интервал в перечне объектов генеральной совокупности.

- Стратифицированный отбор. Генеральную совокупность делят на более мелкие группы по определённым признакам, а внутри каждой группы отбор производится случайным образом.
- Кластерный (гнездовой) отбор. Из генеральной совокупности случайным образом отбираются целые группы (кластеры), а затем — единицы из них.
- Квотная выборка. Выделяются социальные группы по признакам, обусловленным задачами исследования, и рассчитывается объём респондентов для опроса в каждой группе с учётом пропорций признаков генеральной совокупности в выборке.

• Формула для расчета выборки для опроса с простыми альтернативными вопросами по принципу «Да/Нет»

$$n = \frac{z^2 (p \times q)}{e^2}$$

где n – объем выборки;
 z – нормированное отклонение, определяемое исходя из выбранного уровня доверительности;
 p – найденная вариация для выборки;
 q = (100 – p);
 e – допустимая ошибка.

30.03.2017 Абилова М.Ю. 44

Ошибки и доверительные интервалы

В социологических исследованиях рассчитывают статистическую ошибку выборки — отклонение результатов, полученных с помощью выборочного наблюдения, от истинных данных генеральной совокупности.

Также определяют доверительный интервал — диапазон значений, в который с установленной доверительной вероятностью попадает статистическая величина. Например, 95-процентный доверительный интервал означает, что случайно отобранный ответ в 95% случаев попадёт в этот интервал.

Примеры расчетов

Пример расчёта ошибки выборки:

Если среди работников завода (генеральная совокупность) рабочие составляют 42%, а в выборке их оказалось 38%, то ошибка выборки по доле рабочих составит 4% ($42 - 38 = 4\%$).

Ещё один пример: если в генеральной совокупности доля мужчин — 45%, а в выборке — 40%, то ошибка выборки по доле мужчин будет равна 5% ($45 - 40 = 5\%$).

Тема занятия № 23. Простейшие правила и формулы вычисления вероятностей.

Теория: Практика: Простейшие правила и формулы вычисления вероятностей включают классическую формулу, формулу сложения и формулу умножения.

Классическая формула

Вероятность события A ($P(A)$) равна отношению количества благоприятных исходов (m) к общему числу всех равновозможных исходов (n): $P(A) = m / n$.

Для корректного применения формулы необходимы условия: конечность пространства элементарных событий, равновозможность исходов и независимость исходов друг от друга.

Практика: При броске кубика благоприятным исходом считается выпадение чётного числа (m = 3), общее число исходов — 6 (n = 6), поэтому $P(A) = 3 / 6 = 0,5$.

Классическая формула вероятности или классическое определение вероятности.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$P(A)$ - вероятность события A .

m – число (количество) благоприятных исходов,

n – число (количество) всех исходов.

ПРАВИЛО: Вероятность всегда равна от 0 до 1. Ни меньше, ни больше!

Формула сложения

Вероятность того, что произойдёт одно из двух несовместных событий (A или B), равна сумме вероятностей этих событий: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Если события совместны, вероятность суммы равна сумме вероятностей каждого события за вычетом вероятности их совместного наступления: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Формула сложения вероятностей для произвольных событий

Если события A и B пересекаются, т.е. совместны, то вероятность их объединения можно найти по формуле

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Бросают два кубика. С какой вероятностью будет выброшена хотя бы одна шестерка?

Событие A : шестерка выпала на первом кубике

Событие B : шестерка выпала на втором кубике

Событие $A \cup B$: шестерка выпала хотя бы на одном кубике

Событие $A \cap B$: выпали две шестерки

$$P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$$

Формула умножения

Вероятность совместного наступления двух событий (A и B) зависит от типа событий:

- Для независимых событий: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.
- Для зависимых событий: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B | A)$, где $P(B | A)$ — условная вероятность события B при условии, что событие A произошло.

СЛОЖЕНИЕ И УМНОЖЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

• В решениях задач этого блока используются следующие утверждения из теории вероятности.

• Вероятность $P(C)$ наступления хотя бы одного из двух несовместных событий A и B равна сумме их вероятностей.

$$P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B)$$

• Вероятность противоположного события : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

• Вероятность $P(C)$ совместного наступления двух независимых событий A и B равна произведению вероятностей событий A и B .

$$P(C) = P(A) \cdot P(B)$$

Тема занятия № 24. Что такое логические задачи и как они решаются. Примеры решения логических задач.

Практика: Логические задачи — это нестандартные задачи, в которых необходимо распознать объекты или расположить их в определённом порядке. При этом часть утверждений в условии задачи может быть истинной или ложной.

Некоторые методы решения логических задач:

- Метод рассуждений. Основная идея — последовательно анализировать всю информацию, имеющуюся в задаче, и делать на этой основе выводы.
- Табличный метод. С помощью таблиц можно наглядно представить условие задачи или её ответ, а также сделать правильные логические выводы.
- Метод «с конца». Подходит для задач, в которых известен результат совершения определённых действий, а вопрос состоит в восстановлении первоначальной картины.
- Метод блок-схем. Этим методом решают задачи, в которых с помощью сосудов требуется отмерить необходимое количество жидкости или связанные со взвешиванием на чашечных весах.

Пример решения логической задачи:

На столе лежат Голубой, Зелёный, Коричневый и Оранжевый карандаши. Третьим лежит карандаш, в имени которого больше всего букв. Голубой карандаш лежит между Коричневым и Оранжевым. Разложи карандаши в описанном порядке.

Решение: последовательно используем условия задачи для формулирования выводов о позиции, на которой должен лежать каждый следующий карандаш. Больше всего букв в слове «коричневый», значит, он лежит третьим. Известно, что голубой карандаш лежит между коричневым и оранжевым. Справа от коричневого есть только одна позиция, значит, расположить голубой между коричневым и другим карандашом возможно только слева от коричневого. Следующий вывод на основе предыдущего: голубой карандаш лежит на второй позиции, а оранжевый — на первой. Для зелёного карандаша осталась последняя позиция — он лежит четвёртым.

Ещё один пример:

Владимир, Семён и Олег изучают разные иностранные языки: английский, французский и немецкий. На вопрос, какой язык изучает каждый из них, один ответил: «Владимир изучает английский, Семён не изучает английский, а Олег не изучает немецкий». Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Какой язык изучает каждый из студентов?

Решение: имеем три утверждения. Если принять за истину первое утверждение, то правдиво и второе, так как студенты изучают разные языки, что противоречит условию задачи. Таким образом первое утверждение ложно. Если правдивым является второе утверждение, то первое и третье должны быть ложными. В таком случае получаем, что никто не изучает английский. Это противоречит условию, таким образом, второе утверждение также является ложным. Остается третье утверждение, которое можно считать верным, а первое и второе — ложными. Таким образом, Владимир не изучает английский, его изучает Семён. Ответ: Семён изучает английский язык, Олег — французский, Владимир — немецкий

Тема занятия № 25. Задачи на проценты.

Практика: Задачи на проценты в математике связаны с расчётом величин, выраженных в процентах. Процент — это одна сотая часть целого числа, обозначаемая как «%».

Типы задач

Некоторые типы задач на проценты:

- Нахождение процента от числа. Нужно вычислить, сколько процентов от заданного числа составляют другие величины.
- Нахождение числа по его проценту. Необходимо определить исходное число, если известен его процент.
- Расчёт процентного соотношения. Нужно найти соотношение одного числа к другому, выраженное в процентах.
- Расчёт увеличения числа на процент. Если изменение показателя дано в процентах и требуется найти итоговое число, нужно исходное число умножить на заданный процент, а полученный результат добавить к исходному числу.
- Расчёт уменьшения числа на процент. Схема решения аналогична, но изменение исходного числа не добавляется к нему, а вычитается.

Примеры решений

Пример задачи на нахождение процента от числа:

- Предприятие изготовило за квартал 500 насосов, из которых 60% имели высшую категорию качества. Сколько насосов высшей категории качества изготовило предприятие?
- Решение: $60\% = 0,6$, $500 \times 0,6 = 300$ насосов высшей категории качества.

Пример задачи на нахождение числа по его проценту:

- Ученик прочитал 138 страниц, что составляет 23% всех страниц в книге. Сколько страниц в книге?
- Решение: нужно разделить 138 на 0,23, чтобы найти общее количество страниц. Ответ: 600 страниц.

Тема занятия № 26. Задачи о частоте.

Практика: Задачи о частоте могут быть разными в зависимости от контекста. Например, существуют задачи о частоте механических колебаний и задачи о частоте случайных событий.

Задачи на механические колебания

В таких задачах нужно определить частоту колебаний на основе данных о количестве колебаний за определённый промежуток времени.

- Задача о частоте звука. Нужно определить частоту звука с длиной волны 2 см при скорости распространения 340 м/с. Решение: частота связана с длиной волны и скоростью звука соотношением: частота = скорость / длина волны. Подстановка значений даёт ответ: 17 000 Гц (17 кГц).
- Задача о частоте колебаний маятника. Маятник совершил 150 колебаний за 5 минут. Нужно найти период и частоту колебаний. Решение: период — время одного полного колебания, частота — количество колебаний за определённый промежуток времени.

Задачи на случайные события

В задачах о частоте случайных событий необходимо найти частоту события, которое может произойти или не произойти в результате серии испытаний. Также может быть задача на сравнение частоты и вероятности события.

Тема занятия № 27. Головоломки. Восстановление результата игры.

Задача «Записи рассеянного болельщика»

Практика: Решаем логическую задачу.

Тема занятия № 28. Решение задач «Чей щенок?», «Фигуристки». Задача «Четыре рыцаря».

Практика: Решаем логические задачи.

Тема занятия № 29. Математический турнир

Практика: «Математический турнир» — это мероприятие, которое проводится в игровой форме, направленное на закрепление математических знаний и развитие интереса к предмету.

Тема занятия № 30. Логические задачи

Практика: Логические задачи помогают развивать критическое мышление, умение анализировать информацию и аргументировать свою точку зрения.

Несколько примеров логических задач:

- Задача про волка, козу и капусту. Мужiku нужно перевезти через реку волка, козу и капусту. Но в лодке может поместиться только он сам, а с ним или только волк, или только коза, или только капуста. Но если оставить волка с козой, то волк съест козу, а если оставить козу с капустой, то коза съест капусту. Как мужiku перевезти свой груз? Решение: нужно начать с козы. Перевезя её, мужик возвращается на другой берег и берёт волка. Переправив волка, он оставляет его на другом берегу, но берёт козу и везёт её обратно на первый берег. Здесь он оставляет её и перевозит к волку капусту. Затем, вернувшись, берёт козу — переправа благополучно заканчивается.
- Задача про семь сестёр. Семь сестёр — Оля, Катя, Полина, Настя, Алиса, Варвара и Аня находятся на даче. Каждая занята каким-то делом. Оля читает книгу, Полина готовит еду, Алиса играет в шахматы, Аня разгадывает sudoku, Варвара занимается стиркой, Настя

ухаживает за растениями. А чем занимается Катя? Решение: играет в шахматы с Алисой, так как шахматы — парная игра.

- Задача про выход из комнаты. Вы находитесь в помещении, в котором есть маленькое окно (оно закрыто ставнями) и четыре двери. Двери заперты на замок, три из них фальшивые, то есть за ними сразу стена. Четвёртая ведёт на улицу. Комната тёмная, из источников света у вас есть только свеча. У вас есть ключ, которым можно открыть любую из четырёх дверей, но выбрать можно только одну из них. Как вы будете искать единственную дверь, через которую можно выйти из комнаты? Решение: нужно подставлять свечу по очереди к дверям: к щелям или к замочной скважине. При этом внимательно смотреть на пламя свечи. Колебание пламени будет указывать на выход

Тема занятия № 31. Текстовые задачи.

Практика: Несколько текстовых задач на логику:

- В вазе лежало три яблока. Мама угостила ими трёх девочек. Каждая из девочек получила по яблоку, и одно осталось. Как это получилось? Ответ: одна девочка взяла яблоко с вазой.
- Шёл человек в город и по дороге догнал трёх своих знакомых. Сколько человек шло в город? Ответ: 4.
- Аня, Маша и Даша живут на разных этажах трёхэтажного дома. На каком этаже живёт каждая девочка, если известно, что Аня живёт не на втором, Маша не на втором и не на третьем? Ответ: Маша живёт на первом этаже, Даша — на втором, Аня — на третьем.
- Три мальчика шли по дороге и нашли три рубля. Сколько нашёл бы каждый из них, если бы шёл один? Ответ: 3.
- На озере плавало 5 уток, охотник выстрелил и убил одну. Сколько уток осталось? Ответ: ни одной, все улетели.
- В семье двое родителей и шесть дочерей, у каждой дочери есть брат. Сколько в семье людей? Ответ: 9.
- На дереве сидели 7 воробьёв, одного из них съела кошка. Сколько воробьёв осталось на дереве? Ответ: ни одного, оставшиеся в живых воробьи разлетелись.

Тема занятия № 32. Заключительное занятие по данному модулю. Математические игры, выигрышные ситуации.

Практика: Один из вариантов занятия может включать такие задания:

- Задача: в корзине лежит 6 слив, два игрока по очереди достают их из корзины (начинает первый). За один ход можно достать 1, 2 или 3 сливы. Выигрывает тот, кто достал последнюю сливу. Нужно найти стратегию, по которой первый игрок может выиграть вне зависимости от игры второго.
- Задание: записано число 1, двое по очереди пишут новое число, увеличивая записанное перед этим на 1, 2, 3, 4 или 5. Выигрывает тот, кто напишет число 10. Нужно найти стратегию, по которой первый игрок может выиграть.
- Задача: двое по очереди обрывают лепестки у ромашки, за один раз можно оборвать один или два соседних лепестка. Выигрывает тот, кто сделает последний ход. Нужно найти стратегию, по которой второй игрок может выиграть.

Стратегия в математических играх — это набор правил, по которым игрок должен делать свои ходы в зависимости от ходов противника, чтобы выиграть. Чтобы найти выигрышную стратегию и обосновать её, можно воспользоваться перебором вариантов или деревом

Результат обучения по данному модулю

Обучающиеся:

— научились оценивать, сравнивать и вычислять в простых случаях вероятности событий в реальной жизни;

– научились читать, сопоставлять, сравнивать в простых случаях реальные данные, представленные в виде таблиц, диаграмм, графиков.

3. Модуль «По дорогам геометрии»

Цель модуля:

Создать условия для овладения обучающимися приемам решения геометрических задач

Задачи модуля:

- развить интерес к изучению геометрии, творческого отношения к учебной деятельности математического характера;
- ознакомить обучающихся с новыми идеями и методами

Форма контроля:

- продемонстрированный опыт по заданной теме

Учебно-тематический план модуля «По дорогам геометрии»

№ п/п	Наименование тем	Количество часов		
		всего	теория	практика
1.	Вводное занятие. Техника безопасности. Первые шаги в геометрии.	2	2	-
2.	Пространство и соразмерность. Простейшие геометрические фигуры.	2	-	2
3.	Куб и его свойства	2	-	2
4.	Задачи на разрезание и складывание фигур.	2	-	2
5.	Треугольник. Многоугольник.	2	-	2
6.	Правильные многогранники.	2	-	2
7.	Задачи на клетчатой бумаге. Формула Пика. Измерение площади и объема.	2	-	2
8.	Заключительное занятие по данному модулю. Построение одним циркулем. Решение задач на построение.	2	2	-
	Итого:	16	4	12

Содержание программы третьего модуля

Тема занятия №1. Вводное занятие. Техника безопасности. Первые шаги в геометрии.

Теория: Рассказ об истории возникновения и развитии геометрии.

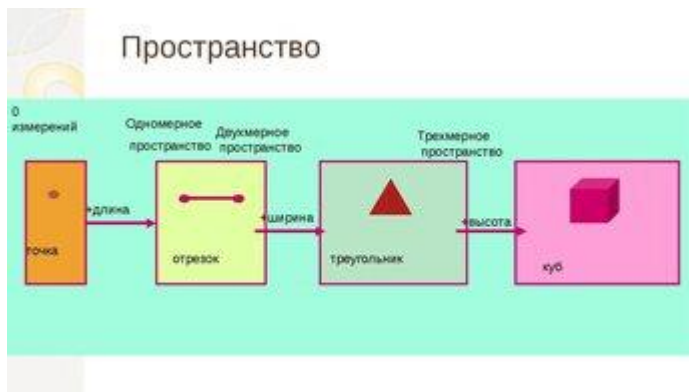
Тема занятия №2. Пространство и соразмерность. Простейшие геометрические фигуры.

Практика: Пространство

Пространство в геометрии — это множество, элементы которого (точки) связаны отношениями, сходными с обычными связями в евклидовом пространстве (расстояние между точками, равенство фигур и т. п.).

Пространства бывают разных измерений:

- Одномерное — с одним измерением (длина). Пример — числовая прямая.
- Двухмерное — с двумя измерениями (длина и ширина). Пример — плоскость.
- Трёхмерное — с тремя измерениями (длина, ширина и высота). Пример — окружающий мир.



Соразмерность

Соразмерность в геометрии — это пропорциональность частей чего-либо, расположенных по обе стороны от центра. Это свойство называется симметрией.

Некоторые виды симметрии:

- Осевая — симметрия относительно прямой. У каждой точки, расположенной по одну сторону от прямой, есть другая точка на второй стороне.
- Центральная — симметрия относительно точки. Точка, в которой пересекаются все оси симметрии, называется центром симметрии.

Простейшие геометрические фигуры

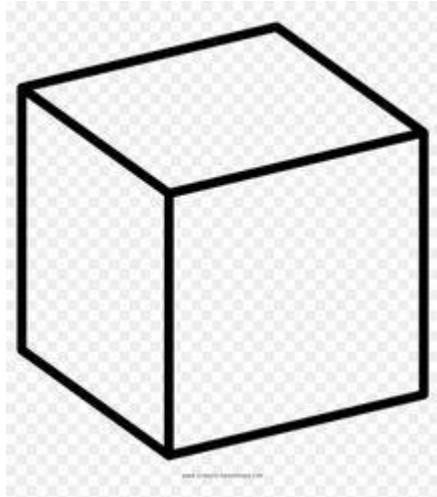
К простейшим геометрическим фигурам относятся:

- Точка — самый маленький геометрический объект, не имеющий размера, но определяемый положением.
- Линия — бесконечное множество точек, последовательно расположенных в одном направлении. Бывает прямой, кривой, ломаной.
- Луч — часть прямой, у которой есть начало, но нет конца.

Отрезок — часть прямой, ограниченная двумя точками. Имеет конечную длину, которую можно измерить.

Тема занятия №3. Куб и его свойства.

Практика: Куб — это трёхмерная геометрическая фигура, правильный многогранник, у которого все грани имеют квадратную форму, а углы между гранями — прямые (90°).



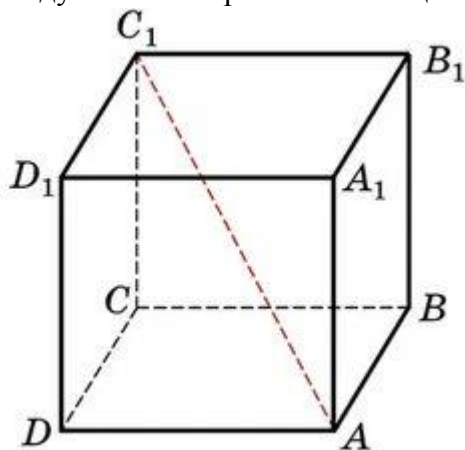
Грани, ребра и вершины

- Грани — 6 плоских поверхностей, каждая из которых — квадрат.
- Ребра — 12 отрезков, на которых сходятся две грани. Ребра равны между собой.
- Вершины — 8 точек, в которых сходятся рёбра. В каждой вершине сходятся по 3 ребра.

Диагонали

- Диагональ куба — это отрезок, который соединяет противоположные вершины. Всего у куба 4 диагонали, они равны между собой, пересекаются в центре куба и делятся им пополам.

- Диагональ грани — отрезок, который находится в плоскости грани и соединяет противоположные вершины каждой из сторон-квадратов. Диагонали граней также равны между собой и пересекаются в центре грани.



Формулы

- Объём куба — $V = a^3$, где a — длина ребра куба.
- Площадь поверхности куба — $S = 6a^2$, где a — длина ребра, а 6 — количество граней.

Примеры задач

- Найти объём куба, если длина его ребра равна 4 см. Решение: $V = a^3 = 4 \text{ см} \times 4 \text{ см} \times 4 \text{ см} = 64 \text{ см}^3$.
- Вычислить площадь поверхности куба, если длина его ребра равна 4 см. Решение: $S = 6a^2 = 6 \times 4 \text{ см}^2 = 96 \text{ см}^2$

Тема занятия №4. Задачи на разрезание и складывание фигур.

Практика: Задачи на разрезание и складывание фигур — это задачи, в которых фигуру, изображённую на клетчатой бумаге, надо разрезать на две или несколько частей. Если эти части можно наложить одна на другую так, что они совпадут (при этом разрешено фигуры переворачивать), то задача решена верно.

Методы решения

Для решения задач на разрезание и складывание фигур можно использовать следующие методы:

- Анализ фигуры. Например, определить, есть ли у фигуры ось симметрии или центр симметрии, которые могут помочь найти способ разрезания
- Использование «узких мест». Это характерные элементы фигуры, которых нет у другой, что позволяет показать неравенство.
- Перебор вариантов. Нужно рассмотреть разные способы разрезания, чтобы найти оптимальный.

Примеры задач

Некоторые примеры задач на разрезание и складывание фигур:

- Разрезать квадрат на 4 равные части так, чтобы в каждой из них было лишь по одной закрашенной клетке.
- Разрешить прямоугольник на 2 равные части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.
- Разрешить квадрат на 3 части, из которых можно сложить треугольник с 3 острыми углами и тремя различными сторонами.

Тема занятия №5. Треугольник. Многоугольник.

Практика: Решаем задачи на заданную тему. Треугольник — геометрическая фигура, образованная тремя отрезками, которые соединяют три точки, не лежащие на одной прямой. Эти три точки называются вершинами треугольника, а отрезки — сторонами треугольника. Многоугольник — плоская геометрическая фигура с тремя или более сторонами, пересекающимися в трёх или более точках (вершинах).

Треугольник можно также определить как многоугольник, у которого имеется ровно три угла.

Тема занятия №6. Правильные многогранники.

Практика: Решаем задачи на заданную тему. Правильный многогранник — это выпуклый многогранник, все грани которого — равные правильные многоугольники, а в каждой вершине сходится одно и то же число рёбер.

Виды правильных многогранников

Существует пять видов правильных многогранников:

1. Тетраэдр — состоит из четырёх равносторонних треугольников.
2. Куб (гексаэдр) — состоит из шести квадратов.
3. Октаэдр — состоит из восьми равносторонних треугольников.
4. Икосаэдр — состоит из двадцати равносторонних треугольников.
5. Додекаэдр — состоит из двенадцати правильных пятиугольников.

Тема занятия №7. Задачи на клетчатой бумаге. Формула Пика. Измерение площади и объема.

Практика: Для решения задач на клетчатой бумаге можно использовать формулу Пика, которая позволяет вычислить площадь фигуры по количеству узлов, лежащих внутри и на её границе. Также для некоторых задач на клетчатой бумаге требуется измерить объём фигуры, но формула Пика не подходит для расчёта объёма.

Формула Пика

Формула Пика: $S = B + \Gamma / 2 - 1$, где:

- S — площадь фигуры;
- B — количество целочисленных точек внутри фигуры (узлов решётки);
- Γ — количество целочисленных точек на границе фигуры (вершинах и сторонах).

Формула справедлива только для многоугольников, вершины которых расположены в узлах решётки.

Формула Пика

Теорема. Пусть A — число целочисленных точек внутри многоугольника, B — количество целочисленных точек на его границе, S — его площадь. Тогда

$$S = A + \frac{B}{2} - 1.$$

Пример.
 $A = 7, B = 8$
 $S = 7 + \frac{8}{2} - 1 = 10$

Примеры задач

Пример задачи на вычисление площади по формуле Пика:

Дан треугольник на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Нужно найти его площадь.

Решение:

1. Подсчитать количество узлов внутри треугольника — $B = 7$.
2. Определить количество узлов на границе — $\Gamma = 8$.
3. Подставить значения в формулу: $S = 7 + 8 / 2 - 1 = 10$.

Ответ: площадь треугольника — 10 см^2 .

Измерение объема

Формула Пика не применяется для измерения объёма фигуры на клетчатой бумаге. Для расчёта объёма можно использовать другие методы, например:

- Метод дополнительного построения. Достроить фигуру до прямоугольника, найти площадь всех получившихся дополнительных фигур и площадь самого прямоугольника, затем из площади прямоугольника вычесть сумму площадей всех лишних фигур.

- Метод разбиения. Разбить фигуру на части, найти отдельно площади каждой из них, а затем сложить полученные значения.

Тема занятия №8. Заключительное занятие по данному модулю. Построение одним циркулем. Решение задач на построение.

Теория: Возможно, имелось в виду занятие по теме «Построение с помощью циркуля и линейки, решение задач на построение».

Решение задачи на построение обычно включает четыре этапа:

1. Анализ. Поиск решения, установление последовательности, алгоритма, состоящего из основных или элементарных построений, приводящих к построению искомой фигуры.
2. Построение. Реализация на чертеже найденного алгоритма с помощью выбранных инструментов построения.
3. Доказательство. Доказательство того, что построенная на предыдущем этапе фигура действительно искомая, то есть удовлетворяет всем поставленным в задаче условиям.
4. Исследование. Выяснение того, всегда ли задача имеет решение. Если не всегда, то при каких конкретных данных и сколько именно решений она имеет.

Некоторые задачи на построение с помощью циркуля:

- Построить какую-нибудь точку, не лежащую на данной прямой.
- В прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4 вписать окружность, пользуясь одним циркулем.
- Дана окружность и её центр. С помощью циркуля разделить эту окружность на четыре равные части.
- Только с помощью циркуля построить точки пересечения прямой АВ с окружностью.
- Построить отрезок, в 2, 3, 4, ... в n раз больше данного отрезка А (n — любое натуральное число).

Также можно рассмотреть примеры задач, например: «Даны точки А и В. Построить на луче АВ точку С такую, что $АС = 2AB$ ». Или «Дана окружность с центром О и дуга АВ на ней.

Построить точку, делящую эту дугу пополам»

Результат обучения по данному модулю

Обучающиеся:

- научились самостоятельно приобретать и оценивать достоверность новой информации математического (геометрического) содержания
- освоили решение задач на построение.

4. Ресурсное обеспечение программы

Непременным условием эффективной реализации программы является достаточное соответствующее материально-техническое обеспечение программы и подготовленный педагогический кадровый состав, обладающий профессиональными и педагогическими знаниями.

Четкое следование целевому назначению выделяемых на реализацию программы средств позволяет создать необходимые материально-технические условия для организации педагогической деятельности.

Помещения, учебные кабинеты для занятий по программе находятся в структурных подразделениях ЦДТ и на базе школ района.

В целом деятельность по реализации данной образовательной программы обеспечивается посредством создания и дальнейшей эксплуатации специализированной материально-технической базы, формируемой в строгом соответствии с целями, задачами, финансами, организационными и кадровыми возможностями учреждения.

Необходимо отметить, что в работе педагога дополнительного образования очень важным моментом является обеспечение полного соблюдения правил охраны труда детей, норм санитарной гигиены в помещении и на рабочих местах, правил электрической и пожарной

безопасности. Педагоги регулярно знакомят детей с различными инструментами, материалами, способами их рационального применения.

Перечень материально-технических средств по программе

1. Зачетные карточки с заданиями
2. Каталог заданий олимпиад
3. Задачники с задачами повышенной сложности и практическим содержанием
4. Модели геометрических тел
5. Справочники по математике
6. Таблицы и схемы по математике
7. Копилка внеклассных мероприятий
8. Проектор, экран, ноутбук
9. Портреты выдающихся математиков
10. Геометрические инструменты для работы у доски (угольники, транспортиры, циркули, линейки)

5. Список литературы и интернет-ресурсов

1. Болдырева М.Х., Клековкин Г.А. «Факультативный курс по математике», Самара, 2022г.
2. В.А.Гусев, А.И. Орлов, А.Л. Розенталь «Внеклассная работа по математике» (6 – 8 классы), М: «Просвещение», 2021.
3. Г.И.Глейзер «История математики в школе» (4–6 классы), М: «Просвещение», 2023г.
4. В.Г.Коваленко «Дидактические игры на уроках математики», М: «Просвещение», 2021г.
5. Н.П.Кострикина «Задачи повышенной трудности в курсе алгебры» (7 - 9 классы), М: «Просвещение», 2022г.
6. Э.Д.Коганов «400 самых интересных задач с решениями» (6 - 11 классы), М: «Юнвес», 2021г.
7. А.А.Мазаник «Реши сам», М, 2021г., ч. III,.
8. С.Н.Олехник, Ю.В.Нестеренко, М.К.Потапов «Старинные занимательные задачи», М: «Вита-пресс», 2020г.
9. Я.И.Перельман «Занимательная алгебра», М: «Наука», 2022
10. А.Я.Симонов, Д.С.Бакаев, А.Г.Эпельман, А.А.Бесчинская, Р.М.Мостовой,
11. А.Л.Абрамов «Система тренировочных задач и упражнений по математике», М: «Просвещение», 2021г.
12. И.Ф.Шарыгин, А.В.Шевкин «Задачи на смекалку» (5 - 6 классы), М: «Просвещение», 2022г.